

## S E Z A M , Školský rok 2012/2013, 1. letná séria

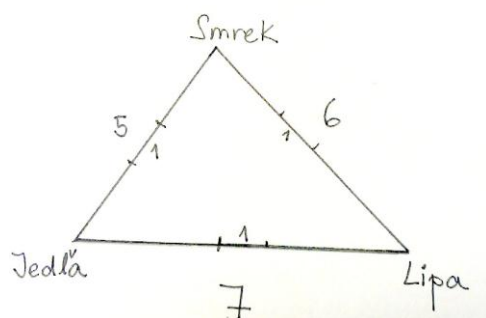
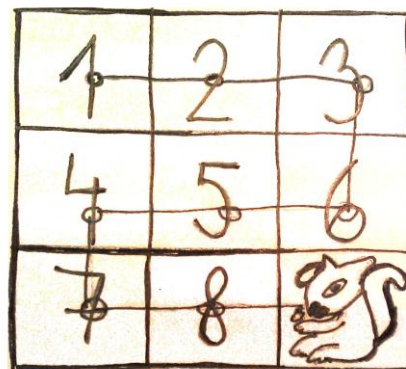
„Plesk!“ „Tresk!“ „Bum!“ Čo je to? Po celom lese svištia snehové gule, jeden by sa nestačil ani obzrieť. Čo sa to tam deje? To sa predsa zvieratká v lese guľujú! Oni majú prázdniny až do jari. Vy ste si doteraz mysleli, že zvieratká v lese cez zimu spia? No ale kto by doma drichmal pod perinami, keď je vonku pol metra čerstvého snehu? Všetky vybehli z brlôžkov a váľajú sa v snehu jedna radosť. Medveď Riško si na prázdniny pozval bratranca zo severného pólu, ľadového medveďa Cypriána.



**1. úloha (pre 5., 6., príma):** Cyprián prišiel na Slovensko sobím záprahom. Na severnom póle si kúpil cestovný lístok na cestu tam aj na cestu späť. Každý lístok mal svoje 7-ciferné číslo. Zo zvyku majú lístky zo severného pólu optimistické čísla. To sú také, v ktorých sa cifry neopakujú a zľava doprava sa zväčšujú. Napríklad číslo 1346789 je optimistické. Na lístky opačným smerom sa píše pesimistické čísla. V pesimistických číslach zase cifry zľava doprava klesajú, napríklad 8643210. Na obidvoch Cypriánových lístkoch boli 7-ciferné

čísla. Na prestupnej stanici v Poprade z dlhej chvíľe tieto dve čísla sčítal a dostal súčet 11001000. Aké mohli byť čísla na jeho lístkoch? **Nájdite dve 7-ciferné čísla z Cypriánových cestovných lístkov, ktorých súčet je 11001000. Pritom jedno z nich musí byť optimistické (cifry v ňom rastú) a druhé pesimistické (cifry v ňom klesajú). Nájdite aspoň jedno riešenie. Nezabudnite zdôvodniť, ako ste naň prišli.**

**2. úloha (pre 5., 6., 7., príma, sekunda):** Veveričky v lese už boli z guľovania premrznuté, tak si vymysleli na zahriatie hru, pri ktorej sa skáče. Pod veľký strom, kde nebol napadáný sneh, poukladali na zem halúžky tak, aby tvorili 9 štvorcov v mriežke  $3 \times 3$  a napísali do nich čísla 1 až 9. Veverička Nina sa postavila na štvorec s číslom „1“ a začala skákať po mriežke. Skákala tak, že zo štvorca, na ktorom práve bola, mohla skočiť len na niektorý z jeho susedných štvorcov (susedné štvorce majú spoločnú stranu). Okrem toho bolo treba postupne skočiť presne raz na každý z 9 štvorcov. Veverička Nina doskákala, no stále jej bolo zima. Tak sa znova postavila na štvorec s číslom 1 a zase sa dala do skákania. Všetky pravidlá bolo treba dodržať a nechcelo sa jej ani skákať po tej istej trase. Preto si vybrala inú trasu preskákania mriežky. Stále jej však bolo zima, preto postupne, štartujúc vždy z políčka „1“, preskákala mriežku všetkými možnými spôsobmi, ktoré pravidlá dovoľujú. Potom sa konečne trochu zahriala a zamyslela sa nad tým, ktorý zo štvorcov v mriežke je najvhodnejší ako štartovacia pozícia, ak si chce čo najviac zaskákať a ohriať sa. Pomôžete jej? **Pre každý zo štvorcov v mriežke  $3 \times 3$  zistíte, koľkými rôznymi spôsobmi sa dá, ak štartujeme z neho, preskákať mriežka. Pri prechádzaní mriežkou treba prejsť každý štvorec presne raz a z každého štvorca sa dá skočiť iba na jeden z jeho susedných štvorcov. Svoje riešenie dobre vysvetlite.**



**3. úloha (pre všetky ročníky):** Keď Cyprián konečne dorazil do lesa, začali si s medveďom Riškom stavať brloh. Chceli ho dať medzi jedľu, smrek a lipu, ktoré rástli v lese a tvorili vrcholy trojuholníka s dĺžkami strán 5 metrov, 6 metrov a 7 metrov. Do každej z troch stien chceli dať dvere široké 1 meter a umiestniť ich tak, aby brloh pekne vyzeral. Riško navrhol, aby dvere na stene medzi smrekom a lipou boli od smreku rovnako vzdialené ako sú od smreku vzdialené dvere na stene medzi smrekom a jedľou. To isté chcel aj pre jedľu a lipu: nech sú dvere na stenách vychádzajúcich z jedle od nej rovnako vzdialené, a nech je lipa rovnako ďaleko od oboch dverí, ktoré sú na stenách vychádzajúcich z lipy. Cypriánovi sa to páčilo, ale musel vymyslieť, ako to urobiť.

Zvládnete to aj vy? **Kde presne treba umiestniť jednotlivé dvere, aby vždy platilo, že dvojce dvere umiestnené na stenách susediacich s každým zo stromov sú od neho rovnako vzdialené? Nezabudnite svoje riešenie dobre vysvetliť.**

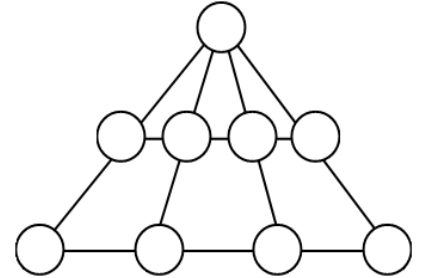
**4. úloha (pre všetky ročníky):** Keď dostávali brloh, išli medvede poobede na prechádzku do lesa. V ňom žili



dve prefíkané líšky. Volali sa Eliška a Maryška a keďže to boli dvojčičky, nikto ich od seba nevedel na pohľad rozlíšiť. Mali ale iné správanie. Eliška v pondelok, utorok a stredu vždy klamala (hovorila iba nepravdivé vety) a vo štvrtok, piatok, sobotu a nedeľu hovorila iba pravdu. Maryška vždy klamala vo štvrtok, piatok a sobotu, a v ostatné dni v týždni hovorila iba pravdu. Cyprián s Riškom stretli obidve líšky a hneď sa ich opýtali, ktorá je ktorá. „Ja som Eliška“, povedala tá vľavo. „Ja som Maryška“, povedala tá vpravo. **Môžu Cyprián s Riškom na základe ich viet povedať, ktorá je Eliška a ktorá Maryška? Dá sa aj zistiť, aký je deň v týždni? Svoje riešenie dobre vysvetlite.**



**5. úloha (pre 7., 8., 9., sekunda, tercia, kvarta):** Mravce si zatiaľ vo svojom mravenisku prepočítavali zásoby. Zásoby ryže mali podľa starovekej mravčej tradície v 9 komôrkach pospájaných chodbičkami tak, ako vidíte na obrázku. V jednej komôrke mali 1 zrnko, v inej komôrke 2 zrnká, v iných 3, 4, 5, 6, 7, 8 zrnok až po 9 v poslednej. Kráľovná postupne prešla po oboch vodorovných chodbách a potom po všetkých štyroch zvislých (naklonených) chodbách a vždy spočítala počet zrnok v komôrkach jednej chodby. (Vo vodorovných teda spočítala štyri a v naklonených tri čísla.) Na jej prekvapenie súčet vždy vyšiel 18. Od prekvapenia ale zabudla, v ktorej komôrke bolo koľko zrnok. Vedeli by ste to zistiť?



**Ako môžeme rozmiestniť, 1, 2, 3, až 9 zrnok ryže do komôrok tak, aby v každej komôrke bolo iné množstvo a súčet na každej zvislej (šikmej) aj vodorovnej chodbe bol 18? Vedeli by ste zistiť, koľko rôznych spôsobov umiestnenia zrnok existuje? Dobré svoje riešenie zdôvodnite.**

**6. úloha (pre 8., 9., tercia, kvarta):** Cyprián sa rozhodol, že pre všetky zvieratká v lese usporiada oslavu. Pripravil si pre nich zaujímavú hru. Do bŕtlavého stromu dal šesť paličiek, na ktoré vyrýpal labkou niekoľko zárezov. Dve z tých paličiek mali na sebe po 2 zárezy, ďalšie dve paličky na sebe mali každá po 3 zárezy a ostatné dve paličky mali po 4 zárezy. Inak boli všetky paličky rovnaké. Každé zvieratko potom malo na výber z troch možností:

1) Vybrať z bŕtlavého stromu jednu paličku. Ak na nej boli tri zárezy, zvieratko vyhralo 3 oriešky. V inom prípade zvieratko nič nevyhralo.

2) Vybrať z bŕtlavého stromu dve paličky. Ak na nich bolo dokopy 6 zárezov, zvieratko vyhralo 6 orieškov. Pri inom počte zárezov zvieratko nedostalo nič.

3) Vybrať z diery v strome tri paličky. Ak na nich bolo 9 zárezov, zvieratko vyhralo 9 orieškov. Ak na paličkách nebolo 9 zárezov, zvieratko nevyhralo nič.

Po tom, ako zvieratko odohralo svoj ťah, paličky vrátilo naspäť do stromu, aby sa mohli zahrať aj ostatní. Na oslavu prišlo 30 kamarátov. Hra sa im tak zapáčila, že si ju zahráli hneď trikrát. Prvý raz si všetky zvieratká vybrali po jednej paličke. Keď odohrali hru, tak si ju zahráli znova, ale tento raz si zvieratká ťahali po dvoch paličkách. A naposledy sa zahráli tak, že si všetci ťahali po troch paličkách. Čo myslíte, ako prebehli jednotlivé hry? Pri ktorej z možností zvieratká najčastejšie vyhrali?

**Zahrajte sa všetky tri hry tak, ako to urobili zvieratká, a napíšte nám, ako to dopadlo. Je niektorá z možností taká, že prinesie výhru častejšie ako ostatné? Ak áno, ktorá to je? Vedeli by ste aj vymyslieť, prečo je to tak?**

*Na vaše riešenia sa spolu so zvermi a zvieratkami tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.*

**Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,60 €), posielajte najneskôr do 25. februára 2013 na adresu:**

Hynek Bachratý  
Fakulta riadenia a informatiky  
Žilinská univerzita  
Ulica Univerzitná 1  
010 26 Žilina

**a do rohu obálky pripíšte SEZAM.**

*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte \*.doc, \*.jpg alebo \*.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme najst' správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*