

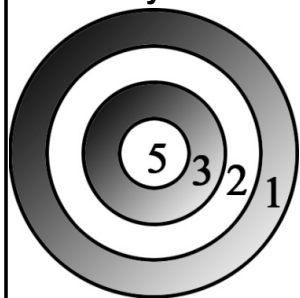
JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
SEminár Zaujímavej Matematiky pre 5. až 9. ročník ZŠ a prímu až kvartu OG
S E Z A M , Školský rok 2012/2013, 2. letná séria

Ahojte kamaráti! Spomínate si ešte na guľovačku pred mesiacom? Všade bolo plno snehu. Aj zvieratká v lese si ho poriadne užili. Teraz je už snehu iba kde-tu a začínajú kvitnúť snežienky. Ak sa v lese náhodou našlo nejaké zvieratko, ktoré naozaj celú zimu prespalo, teraz už bolo na čase zobudiť ho!



1. úloha (pre 5.,6.,príma): Srnka Mirka si skrášľovala záhradku. Vysadila do nej kvietky tak, ako to vidíte na obrázku. Zabila do zeme 12 kolíkov, a medzi ne vysadila kopy drobných snežienok tak, aby tvorili záhony medzi kolíkmi. Presne tak, ako je to na obrázku. Každé ráno chodila záhradku polievať. Mala na to veľkú krhlu, do ktorej sa zmestilo presne toľko vody, koľko potrebovala na jedno poliatie. Taká krhla plná vody je ale strašne ťažká. Mirka preto poprosila medveďa Riška, aby jej pomohol vymyslieť plán polievania. Mala iba dve podmienky. Prvá bola, že začne polievať pri niektorom z 12 kolíkov. Druhou podmienkou bolo, aby bol na konci poliaty každý snežienkový záhon presne raz. A to bez toho, aby sa musela niekde zastaviť a prechádzať bez polievania s ťažkou krhlou k inému záhonu. Teda aby poliala svoju záhradku "na jeden ťah".

Ste aj vy takí šikovní ako Riško? Vedeli by ste srnke Mirke navrhnúť, ako treba polievať záhradku? Polievanie treba začať pri jednom z 12 kolíkov, a je nutné poliať všetky snežienkové chodníky tak, aby bol každý poliaty presne raz. Nezabudnite na to, že krhla je ťažká a nie je príjemné robiť s ňou zbytočné zachádzky.

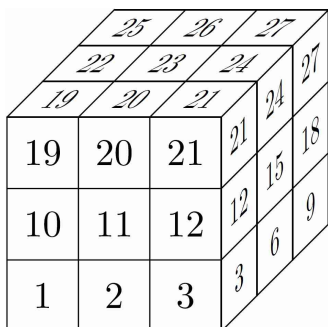


2. úloha (pre 5.,6.,7.,príma, sekunda): Drozdy sú veľmi hravé zvieratká a musia stále niečo vymýšľať. Inak tomu nebolo ani dnes. Našli v lese strom s odpíleným konárom. Na odpílenom konári bolo vidieť 4 letokruhy. Každý jeden z letokruhov ohodnotili niekoľkými bodmi. Stredný mal hodnotu 5 bodov, ďalší 3 body, potom 2 a 1 bod tak, ako to vidíte na obrázku. Hneď na to sa rozdelili do dvoch skupín po 5 drozdov. Prvá skupina sa pripravila na štart, rozleteli sa, a... každý z piatich drozdov sa zapichol zobákom do terča. Sova Eleonóra zapísala do zošita, že spolu získali dokopy 9 bodov. Druhá skupina sa pripravila na štart, rozleteli sa... a keď sa každý z nich zapichol zobákom

do terča, Eleonóra zapísala do zošita spolu 11 bodov pre druhú skupinu. Zabudla však zapísať, kde presne sa členovia jednotlivých tímov zapichli do terča! Kým nad tým rozmýšľala, drozdy sa rozhodli, že zmenia čísla na letokruhoch. Chceli to urobiť tak, aby boli na terči iba rôzne kladné celé čísla. Navyše chceli, aby hodnota čísel zväčšovala smerom ku stredu (podobne ako predtým). A zároveň chceli, aby bol počet možností ako nastrieľať 12 bodov skupinou piatich drozdov čo najväčší. **Vedeli by ste Eleonóre a drozdom pomôcť? Ako presne mohli vyzerat' zásahy jednotlivých skupín, keď jedna získala 9 bodov a druhá 11 bodov? Vedeli by ste nájsť všetky možnosti? A ako treba premaľovať terč, aby sa dalo získať 12 bodov čo najviac možnosťami, ak spolu letí naraz 5 drozdov? Postup svojho riešenia dôkladne vysvetlite.**



3. úloha (pre všetky ročníky): Aj veveričky sa chceli hrať. Každá z nich doniesla zo svojej skrýše jednu malú kocku. Spolu ich bolo 27. Všetky kocky potom namaľovali chvostmi namodro zo všetkých strán a očíslovali ich číslami 1-27, nech si každá veverička svoju kocku spozná. Keď farba uschla, zložili z nich jednu veľkú kocku s rozmermi 3 x 3 x 3. Rozloženie malých kociek vo veľkej kocke bolo také, ako vidíte na obrázku (kocky idú pekne porade, takže si ľahko domyslíte aj rozloženie tých, ktoré nie sú na obrázku vidieť). Veľkú kocku poriadne zviazali tenkými špagátkami, nech drží pokope. Potom namaľovali celý povrch veľkej kocky na červeno, vrátane spodnej steny.



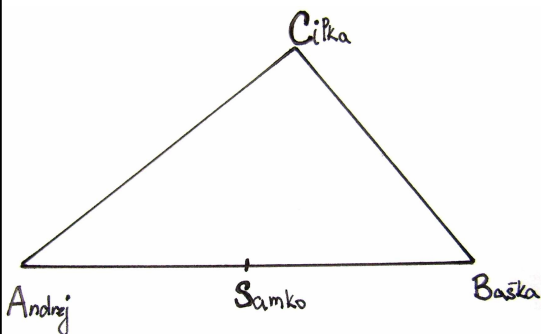
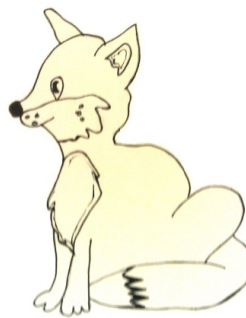
Keď aj červená farba uschla, niektoré veveričky už museli ísť domov. Svoje malé kocky museli zobrať so sebou, inak by bol doma výprask. A tak postupne z veľkej kocky povyberali malé kocky s číslami 1, 3, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 17, 20, 23, 25 a 27. Dávali pri tom dobrý pozor, aby s ostatnými kockami nepohli. Keď sa rozlúčili, ostatné

veveričky si posadali okolo veľkej kocky a začali kresliť to, čo z nej zostalo. Nakreslili to, čo videli zo všetkých štyroch strán (spred, zozadu, sprava aj zľava), a potom nakreslili dokonca aj to, čo by videli zhora a zdola. **Vedeli by ste to aj vy? Nakreslite to, čo zostane z veľkej kocky 3x3x3, ktorá je na obrázku, ak z nej odoberiete časti s číslami 1, 3, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 17, 20, 23, 25 a 27. Nakreslite pohľad zhora, zdola, sprava, zľava, spredu aj zozadu. Očíslujte správne kocky, ktoré je vidieť, a vymaľujte ich aj správnymi farbami - modrou alebo červenou.**

4. úloha (pre všetky ročníky): Dve prefíkané líšky, dvojčičky Eliška a Maryška, ešte stále žijú v lese a stále majú svoje klamacie a pravdovravné dni. Eliška v pondelok, utorok a stredu vždy iba klame (hovorí len nepravdivé vety) a v štvrtok, piatok, sobotu a nedeľu hovorí iba pravdu. Maryška vždy klame v štvrtok, piatok a sobotu a v ostatné dni v týždni hovorí iba pravdu.

Raz pri rannej prechádzke lesom okolo mňa bežala jedna z nich. Spýtal som sa jej, či v nedeľu klame a odpovedala mi „Áno“. Bežala ďalej, a v tom okamihu z lesa vybehla jej sestra. Spýtal som sa jej to isté.

Viete zistiť, čo mi odpovedala? A viete, ktorá z nich je ktorá? A ktorý deň v týždni vtedy bol? Nezabudnite svoje riešenie poriadne vysvetliť, aby som sa líškami nenechal oklamať!



5. úloha (pre 7.,8.,9.,sekunda,tercia,kvarta): Krtko Rudko išiel na návštevu ku svojim kamarátom Andrejovi, Baške, Cílke a Samkovi. Jeho kamaráti bývajú na lúke v 4 krtincoch. Andrejov, Baškin a Cilkin krtinec tvoria vrcholy trojuholníka. Samkov krtinec je presne na polceste medzi Andrejom a Baškou. Rudko si všimol, že trojuholník tvorený Baškou, Samkom a Cilkou je rovnoramenný a jeho základňa je cestička medzi Baškiným a Cilkiným krtincom. Potom už musel utekať domov na obed, kde túto príhodu povedal mamičke. Tá sa ho následne spýtala, či si pamätá, aké veľké boli uhly pri krtincoch A, B a C v trojuholníku tvorenom krtincami jeho kamarátov.

Rudko si však od hladu už nič viac nepamätal.

Vie Rudko len s pomocou informácií, čo si zapamätal, zistiť veľkosť niektorých z uhlov ABC, BCA a CAB medzi krtincami na lúke? Ak áno, tak zdôvodnite prečo a napíšte ich veľkosť. Ak nie, tak tiež zdôvodnite prečo. Nezabudnite na to, že obrázok je iba náčrt, Rudko má naozaj zlú pamäť...



6. úloha (pre 8.,9.,tercia,kvarta): Sojka Valentínka je veľmi šikovná a je jednou z najlepších poštárok lesa. Avšak nie každé zvieratko si uvedomuje, že to vôbec nie je ľahká robota. Valentínka musí poznať naspamäť čísla všetkých nôr a brlohov v celom lese. Navyše príbytky v lese sú niekedy očíslované podľa zložitých pravidiel. Napríklad brloh s číslom 96 je vedľa nory s číslom 23, a hneď oproti je brloh 69 a nora 32. To preto, lebo platí, že $96 \times 23 = 69 \times 32$. Čiže ak vymeníme poradie čísiel v obidvoch činiteľoch, dostaneme rovnaký súčin. Podľa tohto pravidla sa umiestňujú všetky dvojčiferné čísla brlohov. Teda všetky dvojčiferné čísla, ktoré spĺňajú podmienku $AB \times CD = BA \times DC$ (A, B, C, D sú číslice) sú čísla domčekov, ktoré na lesných uliciach stoja oproti sebe. **Vedeli by ste nájsť všetky štvorice príbytkov, ktoré sú na ulici oproti sebe? Hľadáme teda všetky dvojice dvojčiferných čísel AB a BC , pre ktoré platí $AB \times CD = BA \times DC$.**

Na vaše riešenia sa spolu so zvermi a zvieratkami tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.

Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,60 €, posielajte najneskôr do

15. apríla 2013 na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM.

*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*