

Ahojte kamaráti!

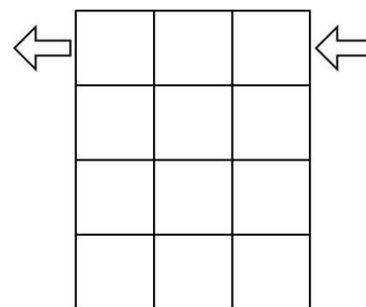
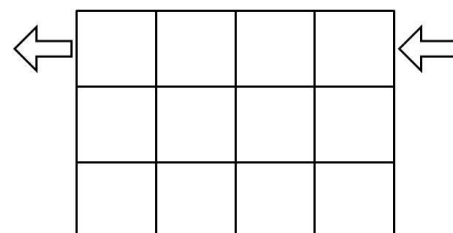
Vonku je síce poriadna zima, ale našim štyrom kamarátom Aleke, Mette, Kurukovi a Sorenovi sa ani trochu nechce sedieť pri ohni. Napadlo ich, že by spolu mohli začať trénovať lakros. To je taká indiánska hra, kde si hráči prihrávajú alebo behajú s malou loptičkou, no nechytajú ju do rúk, ale do špeciálnych rakiet so sieťou. Obliekli sa, a už sa aj hrnuli von!



1. úloha (pre 5.,6.,príma): Ešte predtým sa ale rozhodli, že si vyrobia dresy s veľkými číslami na chrbte. Každý prišiel s nejakým nápadom. Mette navrhla, aby pri výrobe dresov použili všetky cifry od 1 do 9 a Aleka doplnila, aby každú cifru použili práve jedenkrát. Sorenov nápad bol, aby boli všetky čísla na dresoch deliteľné tromi. A Kuruk navrhol, aby vyrobili čo najviac rôznych dresov, nech si potom majú z čoho vyberať. **Vedeli by ste im poradiť, aké dresy vyrobiť? Treba ich vyrobiť čo najviac a pri ich výrobe má byť použitých všetkých deväť cifier od 1 do 9, každá presne raz. Čísla na dresoch pri tom musia byť deliteľné tromi. Nezabudnite zdôvodniť, prečo sa viac dresov už nedá vyrobiť.**

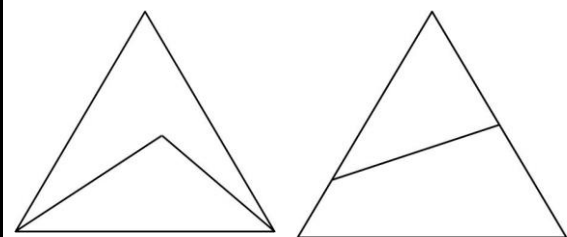


2. úloha (pre 5.,6.,7.,príma, sekunda): Keď boli dresy pripravené, kamaráti sa vybrali na prvý tréning. Pretože pri lakrose je dôležité dobre behať a kľučkovať medzi súpermi, vymysleli si zaujímavé cvičenie. Dva obdĺžnikové ihriská si rozdelili na 12 štvorcových území tak, ako vidíte na obrázkoch a šípkami na zemi označili, kde treba na ihrisko vbehnúť a kde z neho vybehnúť. Medzi tým ale musí hráč prebehnúť práve raz cez každé štvorcové územie, a zo štvorca do štvorca musí prechádzať vždy v strede ich spoločnej hrany.



Zatiaľ čo ostatní začali hneď behať, Mette si sadla k ich tímovému maskotovi, malému medvediaťu, a začala rozmyšľať, akými rôznymi spôsobmi sa dajú ihriská a štvorce v nich prebehnúť. Viete jej v tom pomôcť? **Vedeli by ste Metty poradiť, akými spôsobmi sa dajú prvé a akými druhé ihrisko prebehnúť? Nezabudnite, že cez každé štvorcové územie treba prejsť iba raz a žiadne nesmiete vynechať. Medzi štvorcami môžete prejsť len v strede ich spoločnej hrany. Vojst' a vyjst' z ihriska treba na miestach označených šípkami. Nájdite všetky riešenia, a nezabudnite vysvetliť, prečo už iné riešenia neexistujú.**

3. úloha (pre všetky ročníky): Keď dotrénovali, kamaráti sa rozhodli, že si vyrobia zázračné amulety,



ktoré im pomôžu vyhrať v zápase so susednou osadou. Tie sa vyrábajú z bizónej kože v tvare rovnostranného trojuholníka. 34-amulet vznikne, ak sa trojuholník rozstrihne na menší trojuholník a štvoruholník (a nevznikne pri tom žiaden odpad). Dva 34-amulety by mohli vyzeráť tak, ako ich vidíte na obrázkoch. 345-amulet vznikne, ak sa podarí rozstrihnúť trojuholník na jeden trojuholník, jeden štvoruholník a jeden päťuholník. Aleka sa rozhodla, že si ho vyrobí. Keď ju Soren videl, chcel ju prebehnúť, a vyrobiť 3456-amulet. Teda rozstrihnúť trojuholník tak, aby mu ku tomu všetkému vznikol aj jeden šesťuholník. Mette a Kuruk sa nenechali zahanbiť, a vyrobili si 34567-amulet a 345678-amulet. **Vedeli by ste vyrobiť, tak ako naši kamaráti, všetky tieto amulety? Teda 345-amulet, 3456-amulet, 34567-amulet a 345678-amulet? Dobře vysvetlite, ako ste na svoje riešenie prišli.**

4. úloha (pre všetky ročníky): Šaman sa v poslednej dobe naučil nové kúzlo – vedel začarovať žaby z jazera tak, aby skákali po rovnej cestičke rozdelenej kameňmi na políčka. Jednu začaroval tak, že vždy opakovala takúto sériu šiestich skokov: najprv poskočila na cestičke o jedno políčko, v ďalšom skoku o 22 políčok, v ďalšom o 24, potom o 25, o 34 a o 56 políčok. Ktorým smerom (dopredu alebo dozadu) urobí každý skok sa žaba rozhodovala sama, šaman ju ale začaroval tak, že po týchto šiestich skokoch sa zakaždým ocitla na tom istom políčku, z ktorého začala skákať. Kuruka to celkom zaujalo a pozorne žabu sledoval. Zaujímalo ho, ako všelijako žaba môže meniť smer svojich skokov, aby sa jej na konci podarilo doskočiť na to isté políčko, z ktorého začala. **Nájdite aj vy všetky možnosti, ako môže žaba skákať po cestičke, ak po šiestici skokov skončí na tom istom políčku, kde aj začala. Šesticu skokov pozostáva zo skokov dĺžky 1, 22, 24, 25, 34 a 56 políčok, pričom žaba môže skákať aj dopredu aj dozadu. Nájdite všetky možnosti, a poriadne vysvetlite, ako ste na svoje riešenia prišli.**



5. úloha (pre 7.,8.,9.,sekunda,tercia,kvarta): Soren a Aleka sa zatiaľ hrali s kockami. Mali ich aspoň 122, ale menej ako 140. Soren ich všetky použil na postavenie viacerých veží. A pretože bol poriadkumilovný, na papier si urobil zoznam, koľko bolo v každej veži kociek. Zoznam mal pekne usporiadaný od najmenej po najväčšiu vežu. Po tom sa hrala Aleka. Z každej Sorenovej veže zobrala vrchnú kocku, a z kociek, čo takto vyzbierala, postavila jednu novú vežu. Soren zase zobral papier a urobil taký istý poriadny zoznam počtu kociek na Alekiných vežiach. Keď ho mal hotový, zistil neuveriteľnú vec: oba zoznamy (a teda aj počty kociek vo vežiach) boli úplne rovnaké! **Vedeli by ste zistiť, koľko veží mali postavených a koľko bolo kociek v každej veži? Koľko bolo všetkých kociek dohromady? Poriadne vysvetlite, ako ste na to prišli.**

6. úloha (pre 8.,9.,tercia,kvarta): Náčelník sa rozhodol, že strážam v jaskyni za dedinou, kde bolo odložené všetko indiánske zlato, zmení heslo. Aby ho nezabudol, napísal si k nemu takéhoto pomocníka:

- heslo sa skladá z niekoľkých čísel, ktoré treba stráži povedať od najmenšieho po najväčšie
- všetky čísla v hesle sú jednociferné
- všetky sú rôzne
- čísel v hesle je rovnako veľa ako počet cifier ich súčiny
- súčet čísel je 6-násobkom ich počtu
- čísla z hesla sa dajú rozdeliť na dve skupiny (každé číslo je práve v jednej skupine) tak, že súčet čísel v prvej a súčet čísel v druhej skupine je rovnaký (počet čísel v skupinách môže byť rôzny)
- rozdiel najväčšieho a najmenšieho čísla v hesle je 4

Soren náčelníkovho pomocníka náhodou našiel, a celkom ho zaujímalo, aké je nové heslo do jaskyne. Dúfal, že časom v nej budú aj zlaté poháre, ktoré vyhrajú na lakrosových turnajoch. **Pomôžete mu? Vedeli by ste zistiť, aké čísla sme mohli do hesla vybrať a s akým heslom vás stráže pustia do jaskyne? Nezabudnite nájsť všetky možnosti. Svoje riešenie dobre zdôvodnite.**

Na vaše riešenia sa spolu s Mette, Alekou, Sorenom a Kurukom tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.

Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,60 €), posielajte najneskôr do 23. februára 2015 na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM.

*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*