

SEZAMKO 2007/2008, Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Milí riešitelia,

prišla nám obrovská kopa pekných riešení, ktorým sa kapitán Dlhofúz, jeho posádka a aj my veľmi potešili. Bolo vidno, že ste si dali záležať. Netreba však nič nechať na náhodu a ďalej rozvíjať svoje matematické bunky. K tomu vám pomôžu aj tieto vzorové riešenia, poriadne si ich preštudujte. V prípade, že sa vám túto sériu veľmi nedarilo, určite to bude v ďalšej sérii lepšie. Čaká na vás nových päť námorníckych príhod.

Ďakujeme, že ste nám pomohli vymyslieť meno pre loď kapitána Dlhofúza. Prišlo nám veľa pekných návrhov, napríklad Múdra Hlava, Nenásytná sépia, Dlhofúz, Aurora, Timber Wood, Krátkofúz, Dlhofúzka, Nehallénia, Shipka, Susi, Sea Shark, Špekuland, Múdry pirát, Plávajúca ZOO či Gluebery. Nakoniec sme loď pomenovali Nehallénia po gréckej bohyni mora a námorníkov.

Napokon malá prosba – skúste si v poradí skontrolovať svoje údaje. Pokiaľ sú náhodou nesprávne, dajte nám o tom spolu s ďalšou sériou vedieť. Nezabudnite poriadne vyplňať hlavičky na riešeniach a posielat' nám aj obálky, aby opravené riešenia spolu s novými zadaniami dorazili na správnu adresu.

Veľa úspechov v druhej sérii vám želá kapitán Dlhofúz, jeho posádka a organizátori.

Úloha 1 (opravoval Didi Hudec)

Máme rozdeliť ostrov na štyri rovnaké časti tak, aby každý pirát dostal rovnaký počet pokladov a aby mali všetky časti rovnaký tvar. Všetkých pokladov na ostrove je $1+2+3+4+6+7+8+9 = 40$. Tieto poklady chceme spravodlivo rozdeliť medzi štyroch pirátov, každý musí dostať $40:4 = 10$ pokladov. Spolu je na ostrove 16 štvorcových pozemkov. To znamená, že každý pirát bude mať štyri tieto pozemky.

Teraz už len treba rozdeliť ostrov na nákrese na štyri rovnaké časti, každá spolu s 10 pokladmi. Na ostrove je pozemok s 9 pokladmi, ktorý môže dávať súčet pokladov 10 iba s pozemkom, kde je 1 poklad. Takže 9 a 1 musia byť spolu v jednej časti. Takisto pozemku s 8 pokladmi chýbajú do 10 iba 2 poklady, kvôli tomu musí byť s pozemkom s 2 pokladmi v jednej časti.

Dostávame teda dvojice 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6 pokladov, pričom do každej časti patria ešte dva prázdne pozemky ako na obrázku.

4			3
	9	6	
	8	7	
1			2

Väčšina z vás vyriešila úlohu správne, niektorým však chýbal postup, ako sa k výsledku dostali. V úlohe bolo treba nakresliť aj rozdelenie pozemkov medzi pirátov. Musí byť totiž jasné, že všetky štyri časti majú rovnaký tvar.

Úloha 2 (opravovala Ika Bachratá)

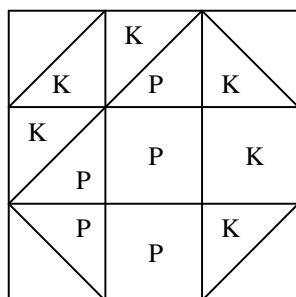
Najskôr si musíme vyjasniť jeden slovenčinársky problém. Totiž čísla sa skladajú z čísel. Napríklad 79 je číslo, ale aj 7 a 9 sú čísla. Takto ale nie je jasné, kedy myslíme 9 ako číslo a kedy myslíme deviatku ako súčasť väčšieho čísla. Matematici ale tento problém vyriešili. Kým 9 znamená 9 môžeme ho volať číslo, ale keď je len súčasťou nejakého väčšieho čísla, budeme jej hovoriť *cifra* alebo *číslíca*. Je jedno, ktorý názov si vyberieme, oba znamenajú to isté. My budeme používať *cifra*.

Tak a teraz už poďme na riešenie úlohy. Dlhofúz sa snaží z 13 zápaliek postaviť čo najväčšie číslo. My vieme, že čím je číslo dlhšie, tým je väčšie. Napríklad 100 je viac ako 99. Takže ak chceme postaviť najväčšie možné číslo, musíme sa snažiť, aby bolo čo najdlhšie. Najdlhšie bude, ak na každú cifru minieme čo najmenej zápaliek. Ľahko zistíme, že najmenej zápaliek sa minie na cifru 1, treba nám na ňu iba dve zápalky. Máme 13 zápaliek a $13:2 = 6$ a zvyšok 1. To znamená, že najviac môžeme spraviť 6 jednotiek. Jednotka je cifra z najmenšieho počtu zápaliek, preto sa nám už viac ako šesťciferné číslo poskladať nepodarí.

Teraz sa poďme sústrediť na to, ako môžeme spraviť šesťciferné číslo a využiť pri tom všetky zápalky. Už vieme, že zo samých jednotiek to nejde. Zostane nám jedna zápalka, a z tej už nevieme poskladať žiadnu cifru. Neostáva nám teda nič iné ako jednu jednotku rozobrať. Teraz máme tri paličky, z nich sa dá poskladať 7. Na hocijakú inú cifru by sme potrebovali rozobrať ešte viac jednotiek, to by sme ale dostali menejciferné číslo. Takže vieme, že najväčšie možné číslo sa bude skladať z jednej cifry 7 a piatich 1. Úplne najväčšie to bude vtedy, keď dáme 7 dopredu, lebo číslo je tým väčšie, čím väčšou cifrou začína.

Najväčšie číslo, ktoré sa dá zložiť s trinástich zápaliek je 711 111.

Úloha 3 (opravoval Hynek Bachratý)



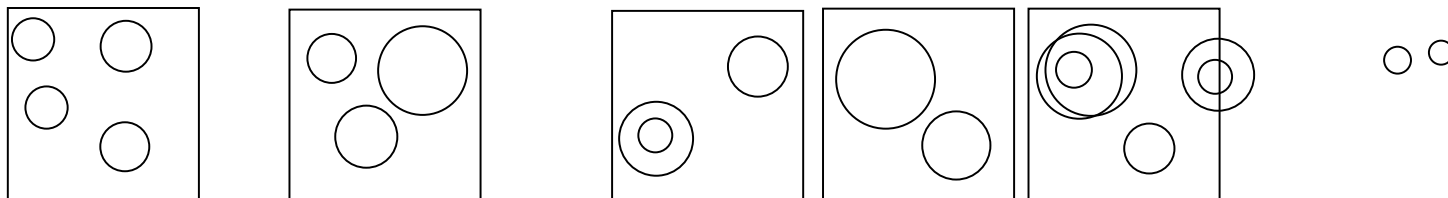
Riešenie úlohy bolo ľahké, ak ste si oba obrázky zo zadania nakreslili spolu. Teda aj do torty s polevou ste si dokreslili deliace čiary. Vidíme, že po odjedení hrochových rohových kúskov má torta veľkosť 7 menších štvorcov, alebo ešte lepšie 14 trojuholníkov, ktoré delia štvorce na polovicu. Čiary oddeľujúce papájovú a kokosovú polevu tiež delia niektoré štvorce na tieto trojuholníky. Potom je ľahké spočítať, že papájová poleva zaberá 2 štvorce a 3 trojuholníky, teda spolu 7 trojuholníkov. A kokosová poleva jeden štvorec a 5 trojuholníkov, čo je zase 7 trojuholníkov. Spolu je to 14, takže sme na žiadny nezabudli. **Obe časti torty majú teda rovnakú veľkosť a papagájov treba pochváliť rovnako.**

Úloha 4 (opravoval Maťo Bachratý)

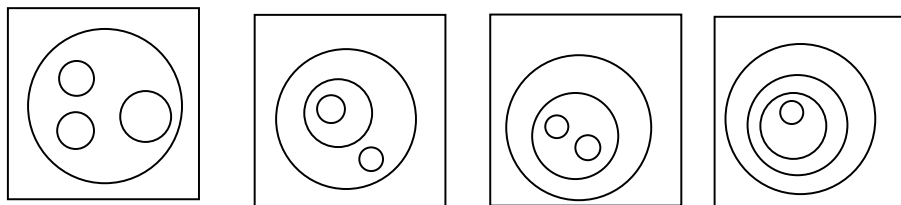
Pri riešení je dobré vymyslieť si nejaký systém na kreslenie možných spôsobov, ako vylietavajú bubliny. Tých je veľa a určite ste mali nejaký aj vy.

Jeden z možných systémov je takýto: Najskôr nakreslím bubliny, ktoré nevyzerajú tak, že v jednej veľkej bubline sú tri malé. Prvá možnosť sú 4 bubliny vedľa seba. Druhá možnosť sú 3 bubliny vedľa seba a dnu v jednej z nich malá, štvrtá bublina. Potom sú ešte tri možnosti, keď máme 2 bubliny vedľa seba a dnu v nich nejakou naukladáme zvyšné 2. Buď je dnu v každej z dvoch bublín jedna menšia bublina, alebo sú obidve menšie bubliny vnútri v jednej. No a tam môžu byť buď jedna v druhej alebo vedľa seba.

Vyzerá to takto:



Teraz ešte treba nakresliť možnosti, kde sú v jednej veľkej bubline tri malé. Vieme však, že tri malé bubliny môžu vylietieť štyrmi rôznymi spôsobmi. Takže dostaneme ešte ďalšie 4 možné spôsoby vyfúknutia bublín. Bude to vyzerať takto:



Bubliny teda môžeme vyfúknuť deviatimi rôznymi spôsobmi.

Úloha 5 (opravoval Peťo Czimmerman)

U Wooda stojí 4-metrový stožiar $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ a 8-metrový $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 40$ toliarov. U Timbera stojí 4-metrový stožiar len $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ toliarov, ale 8 metrový až $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ toliarov. Preto by mali kúpiť u Timbera stožiar 4-metrový a u Wooda 8-metrový stožiar.