

SEZAMKO 2009/2010, Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Milí riešitelia,

prišlo nám množstvo správnych a veľmi pekných riešení. Kochab a škriatkovia sa potešili, pretože je vidno, že ste si dali na riešenie záležať. Netreba však nič nechať na náhodu a ďalej rozvíjať svoje matematické bunky. K tomu vám pomôžu aj tieto vzorové riešenia, poriadne si ich preštudujte. V prípade, že sa vám túto sériu veľmi nedarilo, určite to bude v ďalšej sérii lepšie. Čaká na vás nových päť poriadne vychladených príhod zo severného pólu.

Ak sa vám bude dariť aj v druhej sérii, môžete sa tešiť na stretnutie najlepších riešiteľov, ktoré pre vás chystáme 5. decembra v Žiline. Už teraz sa na vás tešíme...

Napokon malá prosba – skúste si v poradi skontrolovať svoje údaje. Pokiaľ sú náhodou nesprávne, dajte nám o tom spolu s ďalšou sériou vedieť. Nezabudnite poriadne vyplňať hlavičky na riešeniach a posilať nám aj obálky, aby opravené riešenia spolu s novými zadaniami dorazili na správnu adresu.

Veľa úspechov v druhej sérii vám želajú

Ľadový medveď Kochab, škriatkovia zo severného pólu a organizátori.

Úloha 1 (opravoval Peťo Czimmerman)

$$\boxed{A} \times \boxed{B} = \boxed{C} \boxed{D} = \boxed{E} \times \boxed{F}$$

Väčšina z vás úlohu riešila preskúšaním čo najväčšieho počtu možností. Nemusíme našťastie skúšať všetky z nich. Stačí, ak si uvedomíme niektoré vlastnosti čísel, ktoré sa tam môžu nachádzať. Namiesto čísel v súčinoch a výsledku budeme písať písmená: $A \cdot B = CD = E \cdot F$. Keďže je jedno, či násobíme $A \cdot B$ alebo $B \cdot A$, stačí skúšať dvojice čísel, kde A je menšie ako B a podobne kde E je menšie ako F .

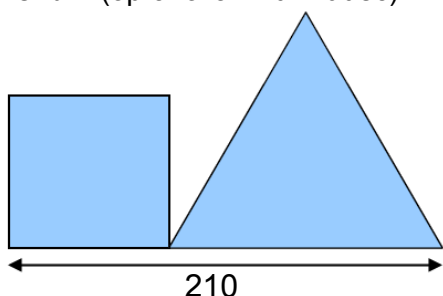
Teraz si všimnime, že A ani E nemôže byť 1, pretože druhá cifra by sa opakovala vo výsledku. Ďalej sa dá zistiť, že **cifry A, B, E, F musia byť násobkom čísla 2 alebo 3**. Inak by to mohli byť len cifry 5 alebo 7. Ak by tam bola cifra 5, tak aj štvrtá cifra D by musela byť 5 alebo 0, čo podľa zadania nemôže byť. Podobne tam nemôže byť ani sedmička.

Výsledok CD preto môže byť iba

- násobok dvojky aj trojky – **nájde správne riešenie $2 \cdot 9 = 18 = 3 \cdot 6$**
- násobok štvorky – nenájde žiadne správne riešenie
- násobok deviatky – nájde iba to riešenie, ktoré už máme ($2 \cdot 9 = 18 = 3 \cdot 6$)

Kochabovi sa teda (s vašou pomocou) podarí doplniť cifry na prázdne miesta a pomôcť Hlavnému Škriatkovi.

Úloha 2 (opravoval Didi Hudec)



Obvod trojuholníkovej výrobnéj haly sa rovná trikrát strane trojuholníka. Podobne obvod štvorcovej haly je štyrikrát strana štvorca. **Tieto dva obvody sú podľa zadania rovnaké.**

Vieme tiež, že strana trojuholníka + strana štvorca = 210 metrov. To znamená, že 2 strany trojuholníka + 2 strany štvorca = 420 metrov. Podobne aj 3 strany trojuholníka + 3 strany štvorca = 630 metrov. Tri strany trojuholníka sú však to isté ako štyri strany štvorca (lebo majú rovnaký obvod).

Preto platí:

$$4 \text{ strany štvorca} + 3 \text{ strany štvorca} = 7 \text{ strán štvorca} = 630 \text{ metrov.}$$

Sedem strán štvorca má spolu 630 metrov. Z toho po jednoduchom vydelení vieme, že **jedna strana štvorcovej haly je dlhá 90 metrov. Potom má trojuholníková hala jednu stranu dlhú $210 - 90 = 120$ metrov.**

Úloha 3 (opravovala Ika Bachratá)

Na vyriešenie tejto úlohy treba prísť na viacero vecí. Skúsme si všímať jedničky v číslach. V zadaní bolo napísané, že Kochab čítal každú druhú stranu a začal stranou 1. Čítal teda len strany s nepárnymi číslami.

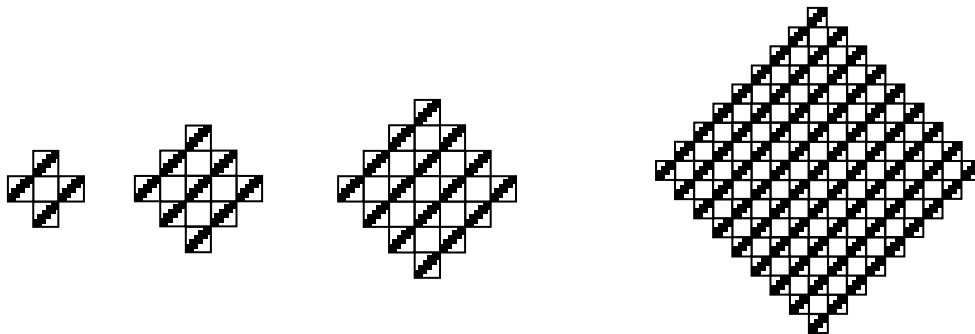
Hneď za stranu číslo 1 si dal prvú čiarku. Potom až po deviatu stranu nenarazil na žiadne jednotky. Zato od strany jedenásť to bolo oveľa lepšie. Za stranu 11 sú hneď dve čiarky, lebo Kochab písal čiarku za **každú jednotku** na každej strane, ktorú prečítal. Potom bola jedna čiarka za každú zo strán 13, 15, 17, 19, lebo na všetkých je jednotka. To už máme spolu 7 čiarok. Ďalšia čiarka bude za stranu 21. Potom budú jednotky až na stranách 31, 41, ďalšia na 51. Keď teraz spočítame počet čiarok, zistíme, že ich už je presne 11. V tomto okamihu bolo dôležité neprestať rozmýšľať.

Vieme, že **ak by kniha mala 51 strán, spravil by Kochab jedenásť čiarok**. Čo ak by ale kniha mala 52 strán? Ak sa zamyslíme, prídeme na to, že aj vtedy by spravil 11 čiarok. Takže kniha by mohla mať aj 52 strán. Inak povedané to, že jedenásť čiarka bola na strane 51, ešte neznamená, že kniha má 51 strán. V skutočnosti **kniha môže mať 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59 alebo 60 strán**. Viac strán už nie, lebo to by Kochab prečítal aj stranu 61, za ktorú by si spravil ďalšiu, dvanástu čiarku.

Úloha 4 (opravoval Miro Hudec)

Budeme postupovať po krokoch. Políčka, kam sa AZB (automatický zberač bonbónov) môže dostať na jeden krok, sú na prvom obrázku. Miesta, kam sa môže dostať na dva kroky, sú na druhom obrázku. Môžeme si všimnúť niekoľko dôležitých vecí. Na dva kroky sme sa vedeli vrátiť na to isté miesto, lebo dvojica navzájom opačných pohybov nás vráti tam, kde sme boli („prešľapujeme na mieste“).

Navyše to, že sme sa dostali niekam na jeden krok neznamená, že sa tam vieme dostať na dva kroky. Nebude preto stačiť, ak iba určíme, ako najďalej sa vie AZB dostať. Treba preskúmať aj vnútro tejto bonbónovej plochy. Poďme si znázorniť krok číslo 3 (tretí obrázok). Môžeme z neho zistiť, že priehradky, kam sa vie AZB dostať, tvoria pootočený štvorec. Každý ďalší krok pridá jednu priehradku zvonku (po obvode). Ešte si uvedomme, že tam, kde AZB stál po kroku číslo 2, vie byť aj po kroku číslo 4 (urobíme „prešľapnutie na mieste“) a aj po krokoch 6 a 8. Teraz už ľahko určíme, do ktorých priehradiek sa vie AZB dostať na presne 8 krokov.



Úloha 5 (opravovala Kika Kovalčíková)

Zo zadania vieme, že Klamko vždy klame. Keď o ružovom balíčku povedal: „Zabalil som doňho bábiku alebo auto alebo loptu,“ v skutočnosti tam nezabalil ani jednu z týchto vecí. Zostáva už iba posledná vec, ktorá môže byť **v ružovom balíčku**, a to je **medvedík**. Klamko o modrom, ružovom aj o hnedom balíčku povedal, že v nich môže byť auto. Ale pretože stále klame, **auto** nemôže byť ani v jednom z nich, **musí byť iba v zelenom balíčku**.

Zostali ešte dva nevyriešené balíčky – modrý a hnedý. Klamko o oboch povedal rovnakú vec, že je v nich auto. Podľa čoho zistíme, kde je aká hračka? Všimnime si, že škriatok neprezradil nič, čo by odlišovalo obsah týchto dvoch balíčkov. Niet sa podľa čoho rozhodnúť, kde je bábika a kde lopta. Pre istotu vyskúšame obidve možnosti, či sú v poriadku:

| | 1. možnosť | 2. možnosť |
|----------------|------------|------------|
| Zelený balíček | auto | auto |
| Modrý balíček | bábika | lopta |
| Ružový balíček | medvedík | medvedík |
| Hnedý balíček | lopta | bábika |

Keď ich porovnáme so zadaním, zistíme, že v oboch prípadoch Klamko stále klame. **Obidve možnosti sú správne. Táto úloha teda mala dve riešenia.**