

SEZAMKO 2009/2010, Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Milí riešitelia,

ani sme sa nenazdali a po 10 úlohách a 2 sériách sa skončila zimná časť našej súťaže. Medved' Kochab a škriatkovia zo severného pólu sa veľmi tešia z toho, ako ste im svojimi riešeniami pomohli. Či sa problémy, ktoré ich pri práci sprevádzali, nedali riešiť aj inak alebo lepšie sa dozviete, ak si pozorne prečítate tieto vzorové riešenia.

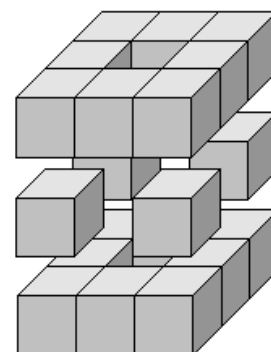
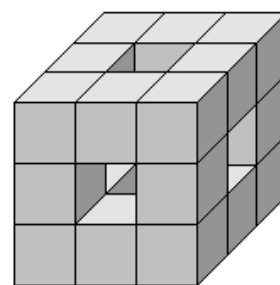
S tými, ktorí dostanú pozvánku a budú môcť pricestovať, sa ešte za pár dní uvidíme na stretnutí najlepších riešiteľov v Žiline. Určite tam naživo stretnete všetkých škriatkov a možno aj medveďa Kochaba. Ak by ste ich aj teraz nestretli, začiatkom budúceho roka vám pošlú dopis s novými úlohami letnej časti súťaže SEZAMKO.

Na skoré stretnutie s vami sa tešia škriatkovia a organizátori.

Úloha 1 (opravovali Kamila Štyráková a Mojo Majdiš)

S touto úlohou ste sa popasovali statočne a veľmi úspešne, čo nás teší. Na jej vyriešenie stačilo porátať diamanty, ktoré boli umiestené v stredoch strán malých kociek. Lenže ako tie diamanty porátať čo najlepšie tak, aby sme si boli istí že sme na žiaden z nich nezabudli? Treba si na to nájsť nejaký dobrý systém. My si ukážeme dva také dobré systémy.

Prvý systém: Najprv si porátame diamanty, ktoré sa nachádzajú na veľkej kocke zvonku. Kocka má 6 strán. Keby nemala tunely, na každej z tých šiestich strán by bolo $3 \cdot 3 = 9$ štvorcikov (strán menších kociek). Lenže prostredná kocka strany je vybratá, takže ich je tam len 8. Takisto spodná strana veľkej kocky je primrznutá k zemi a tak na nej nemôžu byť diamanty. To znamená, že na povrchu veľkej kocky je $5 \cdot 8 = 40$ diamantov. Potom si porátame diamanty, ktoré sú zvnútra. Vieme, že všetky tri tunely sa prešli cez prostrednú malú kocku veľkej kocky. Okolo tejto prostrednej kocky teda nie sú žiadne strany, na ktoré by sa dal nalepiť diamant. Ale každý tunel mal okrem tej prostrednej kocky vyrezané ešte ďalšie dve okrajové kocky (to sú tie otvory do tunelov). Každá z nich susedí so štyrmi stranami okolitých malých kociek, teda sa tam dajú nalepiť štyri diamanty, ale keďže otvorov je dokopy 6, tak $6 \cdot 4 = 24$ diamantov. Škriatkovia sa totiž dostanú aj k spodnému otvoru, lebo ku zemi je primrznutý len spodok. **Spolu je to 64 diamantov.**



Druhý systém spočíva v tom, že si kocku akoby „naplátkujeme“ a spočítame diamanty v jednotlivých vrstvách. Môžeme si ju naplátkovať ako chceme, zhora nadol alebo sprava doľava. Potom kocku zložíme nazad a diamanty zrátame dokopy. Veríme, že si to už zvládnete dopočítať sami.

Úloha 2 (opravovala Kaťa Jasenčáková)

Označme si počet balíkov ako B, pohľadníc ako P a listov ako L. Zo zadania vieme, že všetkých zásielok bolo spolu 96, pohľadníc a balíkov bolo spolu 65 a pohľadníc s listami bolo 61. Ak teraz od celkového počtu zásielok odpočítame počet pohľadníc a balíkov spolu, priamo **dostaneme počet listov**, $96 - 65 = 31$. Teda už vieme, že **listov bolo 31**. Podobne pokračujme, ak od celkového počtu zásielok odpočítame počet pohľadníc a listov spolu, **dostaneme počet balíkov**, $96 - 61 = 35$. Už vieme aj to, že **balíkov bolo 35**.

Ostáva dopočítať poslednú vec, a to počet pohľadníc. Zo zadania vieme, že pohľadníc a balíkov bolo spolu 65. Vypočítali sme, že balíkov bolo 35. Preto môžeme počet pohľadníc vypočítať ako $65 - 35 = 30$. Zistili sme, že **pohľadníc bolo 30, listov 31 a balíkov 35**. Ešte treba pre istotu prekontrolovať, či sú naozaj všetky počty v poriadku, to už necháme na vás.

Úloha 3 (opravovala Denisa Múthová)

Spolu je na parkovisku 49 parkovacích miest. Pomocou 13 parkovacích miest, ktoré treba odkopať, určite musíme naraziť na časť saní. Tieto **sane môžu byť na parkovisku ľubovoľne uložené** a my na ne **určite chceme naraziť**.

Dá sa postupovať takto: vyberieme si prvý riadok 7 parkovacích miest, v ktorom nám **stačí odkopať štvrté miesto**. Sane zaberajú 4 parkovacie miesta, na obrázku označené písmenom k. Ak by boli sane hocikde v tomto prvom riadku (napravo či naľavo), odkopaním štvrtého miesta určite na časť saní narazíme. Rovnako sa postupuje v stĺpcoch aj v riadkoch (ako na prvom obrázku pre 13 parkovacích miest). Miesto označené písmenom o na obrázku je miesto, kde nemusí kopať nikto. Totiž miesta kopáčov okolo neho stačia pokryť aj jeho miesto, ak by sa tam nachádzali sane. Na obrázkoch sú dve možnosti pre rozloženie 13 a aj 12 kopáčov (bez Hlavného škriatka) na parkovisku:

13 kopáčov:

			k			
			k			
			k			
k	k	k	o	k	k	k
			k			
			k			
			k			

			k			
		k		k		
	k				k	
k			k			k
	k				k	
		k		k		
			k			

12 kopáčov:

			k			
			k			
		k		k		
k	k				k	k
		k		k		
			k			
			k			

			k			
	k				k	
			k			
k		k		k		k
			k			
	k				k	
			k			

Úloha 4 (opravovala Ajka Bachratá)

Najprv si predstavme, že máme tri kocky, ktoré nie sú farebne rozlíšené. Na hracej kocke vieme hodiť len čísla 1, 2, 3, 4, 5 alebo 6. Začneme tak, že hodíme niektorú kocku a pozrieme sa čo na nej padlo:

1. Ak padne **jednotka alebo dvojka**, potom musí byť súčet na zvyšných dvoch kockách $15 - 1 = 14$ alebo $15 - 2 = 13$. Ale na dvoch kockách vieme hodiť najviac dve šestky, čo je súčet 12. Takže ak padne na niektorej kocke jednotka alebo dvojka, tak už súčet 15 nedostaneme.
2. Ak padne **trojka**, do súčtu 15 chýba 12. To vieme dostať jedine keď hodíme dve šestky. Takže máme prvú možnosť ako hodiť súčet 15, a to keď hodíme 3, 6 a 6.
3. Ak padne **štvorka**, potrebujeme aby na zvyšných dvoch kockách padlo $15 - 4 = 11$. To dostaneme len ak padne 5 a 6. Máme teda druhú možnosť ako hodiť súčet 15, a to ak hodíme 4, 5 a 6.
4. Ak padne **päťka**, súčet na zvyšných dvoch kockách má byť $15 - 5 = 10$. To dostaneme, ak padne 5 a 5 alebo 4 a 6. Možnosť 5, 4 a 6 sme už mali pred chvíľou (ako 4, 5 a 6), preto nám pribudla len možnosť 5, 5 a 5.
5. Ak padne **šestka**, súčet na zvyšných dvoch kockách má byť $15 - 6 = 9$. To dostaneme, ak padne 3 a 6 alebo 4 a 5. Teda máme možnosti 6, 3, 6, a 6, 4, 5. Ale tie už boli v predošlých prípadoch.

Našli sme tri možnosti ako môže na troch kockách padnúť súčet 15: **3, 6, 6 a 4, 5, 6 a 5, 5, 5**.

Takto by to vyzeralo, keby boli kocky úplne rovnaké. My ich ale máme farebné, musíme preto dať pozor, na ktorej kocke padne ktoré číslo. Napríklad ak padne trojka na červenej, je to iné ako keď padne trojka na žltej. Musíme ešte zistiť, koľkými spôsobmi môžeme čísla na farebných kockách poprehadzovať.

V možnosti 5, 5 a 5 na všetkých kockách padne päťka, takže tu je len **jeden spôsob**. Ak by sme vymenili niektoré päťky, nič sa nezmení.

Možnosť 3, 6, 6 je zaujímavejšia. Tu máme **tri spôsoby**: buď padne trojka na červenej kocke alebo na oranžovej kocke alebo na žltej kocke. Na zvyšných dvoch kockách budú šestky (je jedno ktorá na ktorej, to už ďalšie spôsoby nepridá).

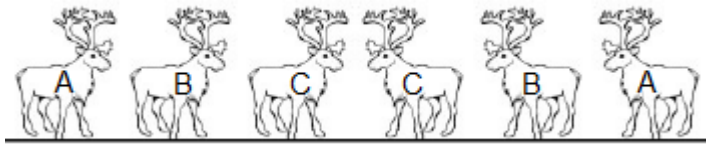
Možnosť 4, 5, 6 je najzložitejšia. Ak bude na červenej kocke 4, potom môže byť na oranžovej 5 a na žltej 6, alebo naopak (na oranžovej 6 a na žltej 5). To sú zatiaľ dva spôsoby. Ďalšie dva spôsoby podobne dostaneme, ak padne na červenej kocke 5. No a ďalšie dva spôsoby dostaneme, ak padne na červenej kocke 6. Pri tejto možnosti je spolu **šesť spôsobov**.

Všetkých spôsobov je spolu 1+3+6=10. Nakoniec si ich ešte vypíšeme do tabuľky:

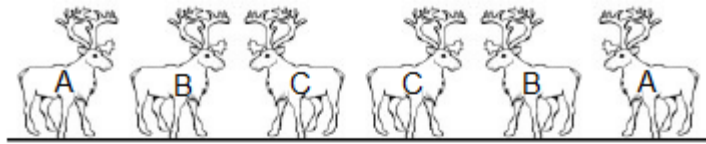
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Červená	5	3	6	6	4	4	5	5	6	6
Oranžová	5	6	3	6	5	6	4	6	4	5
Žltá	5	6	6	3	6	5	6	4	5	4

Úloha 5 (opravoval Škrečok Prusák)

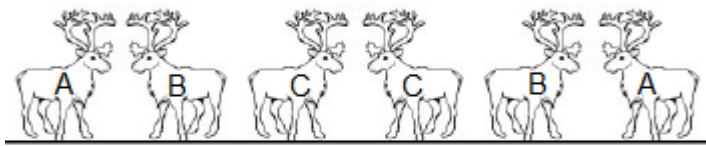
Označme si krajných sobov v každom zástupe písmenom A, prostredných sobov písmenom B a dvoch stredných sobov písmenom C (tak ako na obrázku). Riešenie úlohy spočíva iba v pozornom prečítaní zadania a postupnom kreslení situácií, v ktorých sa soby ocitnú. V každej situácii spočítame počet štrngnutí.



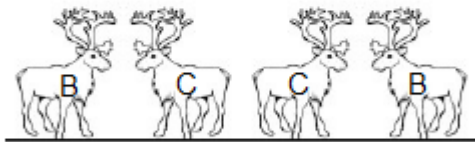
Začiatok hry vyzerá tak ako na prvom obrázku, dva zástupy sobov idú oproti sebe až kým sa soby C nestretnú, neštrngnú si parohami a otočia sa na opačnú stranu. **Zatiaľ máme 1 štrngnutie.**



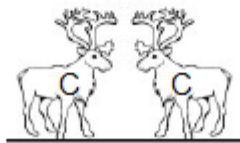
Soby C sa po otočke stretávajú so sobmi B a štrngnú si, to sú ďalšie dve štrngnutia, **spolu ich máme zatiaľ 3**. Soby B aj C sa otáčajú na druhú stranu.



V strede si opäť spolu štrngnú soby C a na krajoch dve dvojice sobov A a B, čo sú ďalšie tri štrngnutia, **spolu ich máme zatiaľ 6**. Všetky soby sa otáčajú na druhú stranu, pričom soby A už odchádzajú na kraj mimo hru.



Dve dvojice sobov B a C si spolu štrngnú, pribudnú nám takto dve štrngnutia, **spolu ich máme už 8**. Všetky tieto soby sa otáčajú, pričom soby B tiež odchádzajú na kraj mimo hru.



No a napokon sa ešte raz stretnú a štrngnú si soby C, pribudne nám posledné štrngnutie. Soby C už totiž tiež odchádzajú mimo hru.

Spolu si soby štrngli 9-krát.

Úloha 6 (opravoval Hynek Bachratý)

Sme radi, že ste skúsili vyriešiť aj túto nebodovanú úlohu. Prišlo nám veľa odpovedí, z ktorých boli všetky správne. Najčastejšia bola odpoveď Mikuláš, ktorá nám prišla až 17-krát. Trinásť z vás tipovalo aj Santa Clausa, čo je takisto Mikuláš, len má meno po anglicky. No a prišla nám aj jedna odpoveď Ježiško a jedna Dedo Mráz.

Prajeme vám všetkým pekného Mikuláša (nech nedostanete palicu či uhlie) a tiež aj veselé Vianoce a všetko najlepšie do nového roku...