

SEZAMKO 2010/2011, Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Milí riešitelia,

tak ako prichádza jar, tak k vám prichádza nová séria SEZAMka. Šiesti pátrači aj všetci opravovatelia sa potešili vašim pekným riešeniam. Ak ich chcete nabudúce potešiť ešte viac, tak si určite prečítajte tieto vzorové riešenia. Prezradia vám, ako sa úloha mala riešiť, kde ste urobili chybu alebo vám ukážu, ako sa dala úloha vyriešiť inak než ste ju riešili vy.

Okrem týchto vzorových riešení vám došli aj zadania poslednej série letnej časti SEZAMka. Nezabudnite, že po ich úspešnom vyriešení vás od 26. do 28. mája čaká sústredenie najlepších riešiteľov s kopou zábavy, novými kamarátmi a samozrejme matematikou. Sústredenie sa uskutoční v Horskom hoteli Kľak vo Fačkovskom sedle. Účast' má garantovanú najlepších 32 riešiteľov, ale ako náhradníci určite majú šancu dostať sa aj ďalší z poradia.

Aj preto Vám veľa úspechov v tretej sérii vám želajú šiesti pátrači a organizátori SAZAMKA

Úloha 1 (opravovala Kaťa Jasenčáková)

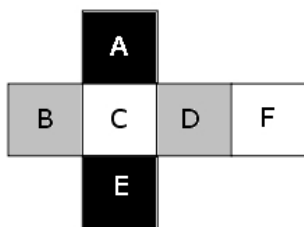
Najprv si uvedomíme to, s koľkými ďalšími stenami sa dotýka spodná stena kocky. Pri pohľade na akúkoľvek kocku zistíme, že táto stena sa dotýka všetkých štyroch bočných stien. **Jediná stena, s ktorou sa spodná stena teda nedotýka je vrchná stena.** Podobne si môžeme uvedomiť, že **predná stena sa nedotýka iba zadnej**, a že **ľavá stena sa nedotýka iba pravej.**

Tak začneme ofarbovať. Zoberme si spodnú a vrchnú stenu. Tie ofarbíme rovnakou farbou, napríklad červenou. Ostali nám 4 steny.

Teraz si zoberme ľavú a pravú stenu. Tie môžeme ofarbiť rovnakou farbou, lebo sa nedotýkajú. Obe sa ale dotýkajú spodnej aj vrchnej steny, takže ich už nemôžeme ofarbiť červenou. Ofarbíme ich teda na modro a použili sme už druhú farbu. Budú nám tieto dve farby stačiť?

Ostala nám posledná dvojica protilahlých stien, a to predná a zadná. Táto dvojica znova môže byť rovnakej farby (predná a zadná stena sa nedotýkajú), ale nemôže byť ani červená ani modrá. Ofarbíme teda obe steny na zeleno. Museli sme teda použiť tretiu farbu.

Kocku sa nám teda podarilo ofarbiť tromi farbami. Menej farieb použiť nemôžeme, lebo potom by niektorá dvojica susedných stien bola rovnakej farby.



A teraz poďme na druhú časť úlohy – ofarbenie pláštá kocky. To sa vám podarilo takmer všetkými.

Aj bez priestorovej predstavivosti môžeme zistiť, ktoré steny sa nedotýkajú. Najprv ofarbíme stenu C. Vidíme, že susedí so všetkými stenami okrem steny F, takže tie ofarbíme rovnakou farbou. Ostali steny A, B, D, E. Na plášti susedia steny A a E so stenami B, D vrcholom, keď sa však kocka zloží, budú sa dotýkať celou stranou. Preto môžu byť rovnako ofarbené len steny A a E. Ostali steny B a D,

ktoré tiež môžeme ofarbiť rovnako, lebo nie sú susedné.

Úloha 2 (opravovala Kačka Bachratá)

Takmer všetci ste prišli na takmer správnu odpoveď, že na papieri bolo viackrát napísané číslo 2.

Je pravda, že to môžeme tvrdiť s takmer 100% istotou. Aj keď náhoda mohla spôsobiť, že by to dopadlo aj inak. Túto úvahu už mal v riešení málokto. Preto chcem pochváliť hlavne tých riešiteľov, ktorí si hody kockou najprv vyskúšali, a až keď videli, ako sa kocky chovajú, napísali svoje zdôvodnenia.

Kocky môžu padnúť všelijako, výsledky mohli byť:

(1,1); (1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6)

(2,1); (2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6)

(3,1); (3,2);(3,3);(3,4);(3,5);(3,6)

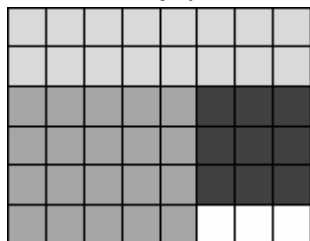
(4,1); (4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6)

(5,1); (5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6)

(6,1); (6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)

Podčiarknutím sú označené situácie, kedy bude na papieri zapísaná 2 a **šikmo a hrubo** situácie kedy bude na papieri zapísaná 5. Ak budú na kockách padať všetky vypísané možnosti s rovnakou šancou, tak **bude 2 na papieri viackrát ako 5**. Odhadnete z tabuľky, koľkokrát viac by malo byť zapísané číslo 2 a porovnaní s číslom 5?

Úloha 3 (opravoval Miro Hudec)



Ľahko si všimneme, že niektoré obdĺžniky sa nám určite nepodarí vystrihnúť, konkrétne 14x1 a 7x7, pretože sa nedajú umiestniť na papier s rozmermi 8x6. O tých ani netreba rozmýšľať. Ak si spočítame obsahy zvyšných (počty štvorcikov, ktoré zaberajú), dostaneme nasledovné čísla: 36, 20, 16, 9, 6. Obsah nášho papiera je 48.

Skúsme zistiť najmenší teoreticky možný odpad. Ak použijeme obdĺžnik 6x6 s plochou 36, k 36 môžeme pridať už len 9 (3x3) alebo 6 (3x2), pričom teda 9 sa oplatí viac, lebo nám zvýši odpad len $48 - 36 - 9 = 3$. Ak nepoužijeme obdĺžnik 6x6, najväčší zostáva $5 \times 4 = 20$. K nemu môžeme pridať 16 a 9 alebo 16 a 6 alebo 9 a 6. Najviac sa oplatí 16 a 9, pričom s touto možnosťou dostávame zas odpad $48 - 20 - 16 - 9 = 3$. Ak by sme nepoužili ani 36 ani 20, určite by sme dostali odpad väčší ako 3. 6x6 a 3x3 sa na papier nedá umiestniť, 4x5 a 2x8 a 3x3 sa dá, napríklad tak ako je nakreslené na obrázku.

Úloha 4 (opravoval Mojo Majdiš)

Zo zadania sme zistili, že gombíky majú tyrkysovú, žltú, indigovú, fialovú a hnedú farbu. Keďže prvá v abecede je fialová, tak fialový gombík musí byť v druhej krabičke zľava. Podľa zadania vieme, že tyrkysový gombík nie je v strede ani na kraji. A nebude ani v druhej krabičke zľava - lebo tu už je fialový. A teda tyrkysový gombík musí byť v druhej krabičke sprava. Potom nám však ostáva iba jediná krabička napravo od tyrkysového gombíka. A tu musí byť podľa zadania žltý gombík. Pre indigový gombík nám teda ostal už iba jediný kraj, a to ľavý. Keďže prostredná krabička ostala jediná voľná, tak práve v nej musí byť hnedý gombík.

Správne poradie farieb zľava doprava teda je indigový, fialový, hnedý, tyrkysový, žltý.

Hnedý gombík je teda v prostrednej krabičke.