



JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
XXXVI. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky
pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG

S E Z A M K O, Školský rok 2022/2023, 1. zimná séria
Vzorové riešenia

Úloha č. 1 (opravovali Miška Rosinská a Miloš Mičík)

O Dinových obľúbených číslach máme tri informácie, ktoré postupne prejdeme. Ak začneme s prvou informáciou, „Prvá cifra je vždy dvakrát väčšia ako druhá cifra“, môžeme vylúčiť všetky čísla, ktorých prvá cifra nie je párna, lebo len párne cifry sú dvojnásobok celej cifry, a nie desatinného čísla. Párne cifry sú 0, 2, 4, 6 a 8. Avšak 0 nemôže byť prvá cifra, pretože inak by sme mali trojciferné číslo, no my hľadáme štvorciferné. Prvá cifra nám však presne určuje druhú, preto tieto štyri možnosti pre prvú cifru vytvárajú zatiaľ 4 dvojice pre prvé dve cifry: 21, 42, 63 a 84.

Aby sme našli tretiu cifru, použijeme druhú informáciu, „Súčet druhej a tretej cifry je vždy 12“. K cifre 1 chýba 11 a k cifre 2 chýba 10, čo sú však dvojciferné čísla. My však hľadáme iba jednu cifru, ktorú doplníme na tretie miesto, preto cifry 1 a 2 nemôžu byť na druhom mieste. Čísla ktoré začínajú 21 alebo 42 teda nemôžu byť Dinove obľúbené. Zostávajú nám teda pre prvé dve cifry len dvojice 63 a 84. Súčet $3 + 9$ je 12, a súčet $4 + 8$ je 12. Takže tretia cifra k prvej dvojici musí byť 9 a tretia cifra k druhej dvojici musí byť 8, čím dostávame pre prvé tri cifry čísla trojice 639 a 848.

Nakoniec použijeme tretiu informáciu, „Súčet prvých dvoch cifier je vždy rovnaký ako súčet posledných dvoch“. Pre trojicu 639 je súčet prvých dvoch cifier $6 + 3 = 9$, takže štvrtá cifra musí byť 0, pretože $9 + 0 = 9$. Pre trojicu 848 je súčet prvých dvoch cifier $8 + 4 = 12$, a tak štvrtá cifra musí byť 4, pretože $8 + 4 = 12$.

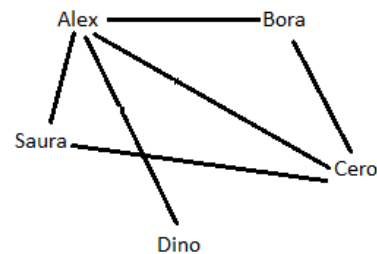
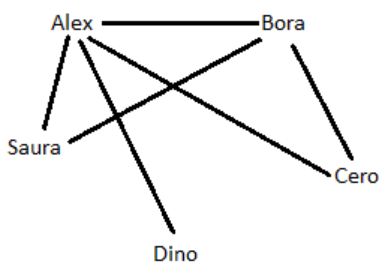
Kedže sme začali so všetkými možnými štvorcifernými číslami a postupne sme vyradzovali nevyhovujúce možnosti, vieme s istotou povedať, že existujú len dve Dinove obľúbené čísla a to 6390 a 8484.

Úloha č. 2 (opravovala Kaťa Buzáková)

Pri vodopáde sa stretlo 5 dinosaurov. Niektorí sa navzájom vo dvojici pozdravili, to znamená, že keď jeden dinosaurus pozdraví druhého, tak aj ten druhý pozdraví prvého. Vieme, že Alex pozdravil 4 dinosaury, to znamená, že pozdravil všetkých. Takže aj Bora, Cero, Dino a Saura pozdravili Alexa.

Ďalej zo zadania vieme, že Dino zareval iba na jedného dinosaura. Teda pozdravil len Alexa. Bora a Cero sa dohromady s niekým pozdravili 5-krát. Už vieme, že sa obaja pozdravili s Alexom a že sa nepozdravili Dinovi. Takže sa ešte museli pozdraviť trikrát. Komu sa mohli pozdraviť? Bora sa mohla pozdraviť Cerovi a Saure, a Cero sa mohol predstaviť Bore a Saure. Ak by sa Bora aj Cero pozdravili Saure, chýbal by im ešte jeden pozdrav. Už sa môžu pozdraviť len navzájom, ale to by pribudli dva pozdravy, takže by mali dohromady 6 pozdravov. To znamená, že len jeden z nich sa pozdravil Saure, a Bora s Cerom sa pozdravili navzájom. Teda celkovo majú v súčte 5 pozdravov: Bora sa pozdravila Alexovi a Cerovi, Cero sa pozdravil Bore a Alexovi a jeden z nich sa pozdravil Saure. To znamená, že Saura musela pozdraviť dvoch dinosaurov: Alexa a Boru, alebo Alexa a Cera.

Úloha sa dobre rieši, keď si postupne kreslíme všetkých dinosaurov a spojíme čiarou tých, ktorí sa navzájom pozdravili:



Úloha č. 3 (opravovali Alica Cimráková a Iva Jančígová)

Zo zadania vieme, že jazerá sú štvorce, tým pádom každé jazero má všetky strany rovnaké. Keď sa pozrieme na cestu okolo jedného jazera, priamou cestou prešla jednu stranu a cestou naspäť po zvyšných troch stranách. Tým pádom vieme, že prešla trikrát väčšiu vzdialenosť. Toto isté platí pre všetkých šesť jazier, bez ohľadu na to, aké majú jazerá veľkosti strán.

Priama cesta medzi vodopádom a skalou má dĺžku 24 km. Keďže pre každé jazero platí, že cesta naspäť je trikrát dlhšia ako priama cesta tam, stačí nám 24 km vynásobiť tromi a dostaneme vzdialenosť 72 km, ktorú Saura prešla cestou naspäť.

Niektorí a niektoré z vás úlohu vyriešili tak, že si určili dĺžky strán jednotlivých jazier. To je dobrý krok na začiatok, na ujasnenie si zadania, keďže v ňom tieto dĺžky zadane neboli. Ale následne treba potom porozmýšľať, čo by sa stalo, keby boli iné alebo keby sme ich vôbec nevedeli.

Úloha č. 4 (opravovala Denisa Múthová)

V tejto úlohe chceme pomôcť Dinovi uhádnuť Saurino vymyslené slovo. Vieme, že jej slovo má päť veľkých písmen a poznáme pár tipov, ktoré Saura dala Dinovi.

Prvý tip je slovo MATIK, kde písmena T, I a K sa v jej slove nenachádzajú a písmena M a A sú na inej pozícii ako v slove MATIK.

Druhý tip je slovo SEZAM, kde písmeno S sa v jej slove nenachádza a písmena E, Z, A a M áno, ale na inej pozícii ako v slove SEZAM.

Dino si začal vypisovať možnosti, napríklad AM_ZE alebo EZ_MA. Našou úlohou je zistiť, koľko týchto možností je.

Začnime tým, že sa zamyslíme, aké písmena môžu byť na prvom mieste. Písmena E, Z, A alebo neznáme písmeno _. Neznáme písmeno _ je len jedno, pretože Saura mala v hlave jedno konkrétne slovo, a poznáme štyri iné písmená, ktoré v slove určite sú. Písmeno M nemôže byť prvé, pretože v slove MATIK je na prvom mieste, a v prvom tipe Saura tvrdí, že M sa nachádza inde.

Na druhom mieste môžu byť písmena Z, M a _. Písmeno E nemôže, lebo je na druhom mieste v slove SEZAM a písmeno A nemôže, lebo je na druhom mieste v slove MATIK.

Na treťom mieste môžu byť písmena E, A, M a _. Písmeno Z nemôže byť, lebo je na treťom mieste v slove SEZAM.

Na štvrtom mieste môžu byť písmena E, Z, M a _. Písmeno A nemôže byť, lebo je na štvrtom mieste v slove SEZAM.

Na piatom mieste môžu byť písmena A, E, Z a _. Písmeno M nemôže byť, lebo je na piatom mieste v slove SEZAM.

Teraz keď už vieme na akom mieste môžu byť jednotlivé písmena, vypíšme si možnosti. Väčšina z vás využívalo systém, že ste začali s nejakým písmenom ako prvým a vypisovali ste si ku nemu všetky možnosti. Potom ste to písmeno posunuli na druhé miesto a znova ste si vypisovali možnosti. A takto ste pokračovali až do piateho miesta.

Začnime napríklad našim neznámym písmenom _ a dajme ho na prvé miesto. Postupne prechádzame možnosťami pre druhé, tretie, ... , piate písmeno, čím dostaneme 6 možností _ZEMA, _ZAME, _ZMEA, _MAZE, _MEZA a _MAEZ.

Ak je neznáme písmeno _ na druhom mieste, dostaneme 8 možností E_AMZ, E_MZA, Z_EMA, Z_AME, Z_MEA, A_EMZ, A_MZE a A_MEZ.

Ak je neznáme písmeno _ na treťom mieste, dostaneme 6 možností EZ_MÁ, EM_ZA, ZM_EA, AZ_ME, AM_EZ a AM_ZE.

Ak je neznáme písmeno _ na štvrtom mieste, dostaneme 6 možností EZM_A, EMZ_A, ZMA_E, ZME_A, AZM_E a AME_Z.

V poslednom prípade ak je neznáme písmeno _ na piatom mieste, dostaneme 6 možností EZAM_, EMAZ_, ZMAE_, AZEM_, AZME_ a AMEZ_.

Keďže sme si dávali pozor, aby sme prešli cez všetky možnosti, ako mohli byť písmená usporiadané, našli sme všetky kombinácie, ktoré si musel Dino zapísať. Dokopy sme ich našli $6 + 8 + 6 + 6 + 6 = 32$, čiže Dino si musel zapísať 32 možností.