

JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU

SEminár ZAujímavej Matematiky pre 7. až 9. ročník ZŠ a sekundu až kvartu OG

S E Z A M , Školský rok 2020/2021, 1. zimná séria



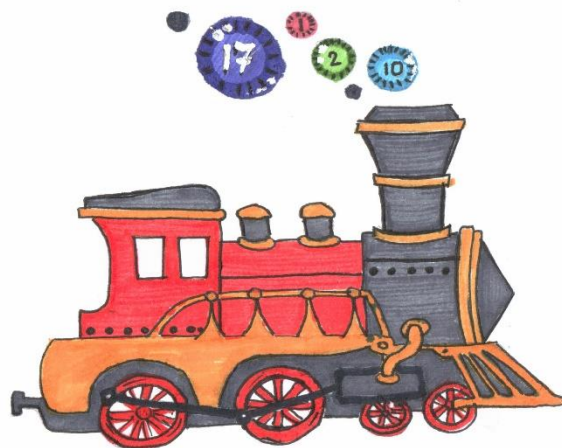
Ahojte, kamaráti!

Medzinárodný *Mazes Express* je vám k službám! Tento rok budeme spoločne zažívať dobrodružstvá v celoeurópskom meradle. Pripojíme sa k rušňovodičovi Tonkovi a precestujeme po európskych koľajniciach mnoho krajín. Naša cesta začne na Slovensku, kde sa do vlaku chystajú aj traja veľmi dobrí kamaráti: Miško, Dáška a Baška.

Hneď, ako sa vlak pohol, bol Miško úplne nadšený. *Mazes Express* bol totiž ten najlepší vlak, aký si viete predstaviť. Bol neuveriteľne tichý, plne vybavený, človek si tam vedel objednať jedlá od výmyslu sveta! No čo ho najviac zaujalo, bolo to, že tento vlak mal vlastnú menu, takzvané groše.

Úloha 1:

Za čokoľvek vo vlaku sa platilo farebnými žetónmi, ktoré mali hodnoty 1, 2, 3, 4, ..., 18, 19 a 20 grošov. Keď prišiel sprievodca do kupé, Miško si vypýtal lístok až na konečnú zastávku. Zaplatil zaň jedným žetónom. Sprievodca mu dal lístok a jeden žetón vydal. Keď už mal žetón v ruke, rozhodol sa kúpiť rovnaký lístok aj Baške. Z tohto žetónu mu sprievodca vydal tri rôzne žetóny. Keď za ne chcel kúpiť tretí rovnaký lístok Dáške, sprievodca mu povedal, že žetóny v ruke mu už nestačia. Dáška sa preto spýtala sprievodcu, koľko lístok stojí, aby si ho kúpila sama. Viete, čo jej sprievodca odpovedal? Zistite, koľko stál lístok na konečnú zastávku *Mazes Expressu*. Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.



Keď už naši hrdinovia mali lístky, mohli si naplno užívať cestu. Zrazu však *Express* zastal. Nikto netušil, čo sa stalo, až kým rušňovodič Tonko pomocou rozhlasu neinformoval cestujúcich, že sa pokazil rušeň a najmenej hodinu sa vlak nepohne. Baška navrhla, aby si kamaráti skrátili čakanie prechádzkou. Vlak zastal neďaleko krásneho hradu, a tak sa rozhodli obzrieť si ho.



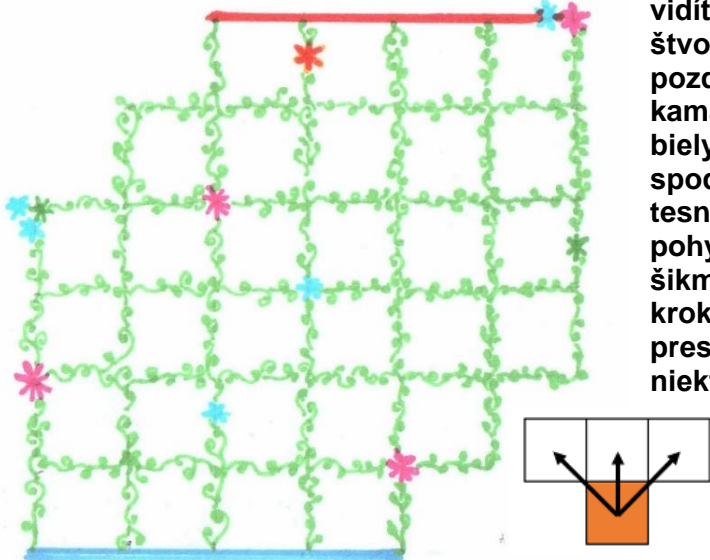
Úloha 2:

Z hradu bol nádherný výhľad. Dáška v doline pod ním zazrela dedinu obklopenú tromi veľkými stožiarimi. Každé dva stožiare boli spojené rovným cyklochodníkom pre rýchly presun okolo dediny. Keďže stožiare boli na pohľad identické, obyvatelia ich pre rozlíšenie označili veľkými červenými písmenami A, B a C. Všimla si, že stožiare tvorili rovnoramenný trojuholník so základňou na chodníku AB. Keďže cyklochodníky využívali aj turisti, stáli na nich vyhliadkové veže odlišené veľkými modrými písmenami X, Y. Veža X sa nachádzala na chodníku BC tak, že vzdialenosť XB bola rovnaká ako AB. Veža Y sa nachádzala na chodníku AC tak, že vzdialenosti XA a YA boli rovnaké. Cyklochodníky vyzerala skvelo, no Miško si všimol, že zatáčka pri stožiaroch C vyzerala hrozivo. Zamyslel sa nad tým, aký uhol na tom mieste chodníky zvierajú. Pomôžete mu? Zistite veľkosť uhla zvieraného cyklotrasami pri stožiaroch C, ak viete, že uhol medzi stožiarom A, vežou X a vežou Y je 75° . Nezabudnite svoj postup poriadne vysvetliť.

Čas sa pomaly krátil, preto Dáška navrhla, aby sa už pomaly presunuli k vlaku. Rozhodli sa ísť cez dedinu, aby si mohol Miško cyklotrasu lepšie obzrieť.

Úloha 3:

Cestu si chceli skrátiť cez pole. Pole vyzeralo tak, ako vidíte na obrázku. Majiteľ na ňom chcel vybudovať štvorcovú mozaiku z okrasných kríkov, ktoré vysadil pozdĺž zvislých a vodorovných čiar. Keďže naši kamaráti nechcú sadeničky zničiť, musia skákať po bielych štvorčekoch. Práve sa nachádzajú pred spodnou čiarou. Najprv si vyberú, na ktoré políčko tesne za ňou skočia ako prvé. Následne sa vedú pohybovať (podľa obrázku nižšie) buď rovno, alebo šikmo dopredu cez uhlopriečky štvorca. V každom kroku sa vedú dostať iba na najbližšie políčko, nevedia preskočiť viac políčok naraz. Cieľom je dostať sa na niektoré políčko tesne pred hornou čiarou. Baška sa zamyslela nad tým, koľkými rôznymi cestami by sa tam mohli dostať. Viete jej pomôcť? Zistite, koľkými cestami sa vedú naši hrdinovia dostať po bielych štvorčekoch cez pole. Svoje riešenie poriadne popíšte a zdôvodnite.



Kým sa naši kamaráti vrátili k vlaku, Tonko stihol rušeň opraviť, a Mazes Expres mohol pokračovať ďalej. Po návrate boli dievčatá aj Miško veľmi hladní, a tak zamierili do reštauračného vozňa, kde sa mohli dosýta najesť. Sedeli pri stole a každú chvíľu si zašli po niečo dobré k pultu so sladkosťami. Prekvapilo ich, keď sa zrazu pri nich zastavil sprievodca. Povedal, že Tonko si nevie nájsť horalku, ktorú si na pult pred opravou odložil. Krádež treba vyšetriť a vinníkov odhaliť.

Úloha 4:

Keďže naši traja kamaráti boli jasní podozriví, sprievodca ich vzal do samostatného kupé na výsluch. Tam sa zistili nasledujúce skutočnosti:

- okrem našich troch kamarátov k pultu so sladkosťami nikto iný v daný čas nechodil
- ak je vinná Baška, tak mala práve jedného spolupáchateľa
- ak je Dáška nevinná, tak je nevinný aj Miško
- ak sú vinné práve dve osoby, tak je jednou z nich Baška
- ak je Miško nevinný, tak je nevinná aj Dáška

Koho pri rešpektovaní týchto skutočností mohol sprievodca obviniť z krádeže? Nezabudnite presne popísať, ako musel sprievodca pri tomto vážnom prípade premýšľať a postupovať.



Na vaše riešenia sa spolu s Tonkom, Miškom, Dáškou a Baškou

tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.

Riešenia, napísané na **samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti C5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,75 €, viď pokyny)** posielajte najneskôr v pondelok, **28. septembra 2020**, na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.