

S E Z A M , Š k o l s k ý r o k 2 0 2 1 / 2 0 2 2 , 1 . l e t n á s é r i a



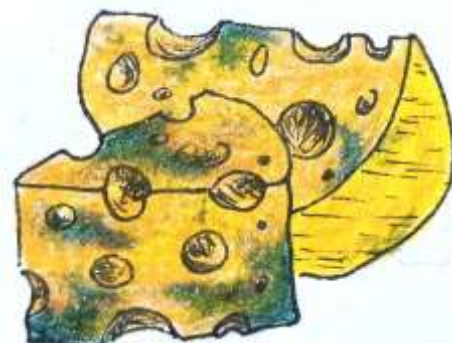
Ahojte, kamaráti!

Šerif Bernt Bolzano cvála na svojom koni Leonardovi v ústrety ďalším zážitkom a dobrodružstvám. Potrebuje mesto San Euler aj jeho obyvateľov pripraviť na príchod nového roka a aj na všetky zmeny, ktoré v ňom mestečko čakajú.

Ako tak Bernt sedel na terase miestneho baru s barmanom Jamesom, hodnotili spolu uplynulý rok. Jamesov bar bol po poslednej hygienickej kontrole na celý nasledujúci rok zavretý, pretože sa v ňom našla pleseň. Keďže bar bol jediný spôsob jeho obživy, s Berntom museli vymyslieť, ako zarobiť počas budúceho roku peniaze. V tom Bernt však nápad! Pleseň napadla aj špajzu plnú syrov. Plesnivý syr bol niečo, čo obyvateľom San Euler zatiaľ nikto neponúkal, a preto to bola veľká diera na trhu.

Úloha 1:

Bernt si pleseň všimol už skôr a odpozoroval, že plesnivých syrov bolo v špajze každý ďalší deň vždy trikrát viac. Hygiena síce všetky plesnivé syry zlikvidovala, no James si stihol jeden vziať. Keby ich mal 7, mohol by z nich vytvoriť výborný syrový špíz podľa ich rodinného receptu a predáť ho za 1 dolár. Preto Bernt vymyslel podnikateľský plán – počas budúceho roka budú predávať syrové špízy. Hneď na Nový rok 1. 1. vložia jeden plesnivý syr do špajze a budú čakať. Na druhý deň budú plesnivé syry 3 a potom na tretí deň ich bude 9. Z týchto syrov už James môže 7 vziať a vytvoriť svoj delikátny špíz.



Zvyšné 2 v špajze nechá atď. James bude každý deň plesne sledovať, a vždy z nich vytvorí toľko špízov, koľko zvládne (peniažky potrebuje pravidelne a čo najskôr). Na to, aby si tento biznis založil však potrebuje spočítať, koľko mu tieto špízy za celý rok zarobia. Pomôžete mu?

Zistite, koľko dolárov James výrobou syrových špízov zarobí za celý rok 2022. Pamätajte, že plesne sa rozrastajú cez každú noc trojnásobne, a James z nich pravidelne odoberie podľa rodinného receptu toľko, aby mohol v ten deň vyrobiť čo najviac syrových špízov. Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.

Bernt vo svojej novoročnej obhliadke pokračoval a šiel sa spolu s koňom Leonardom pozrieť do indiánskej osady. Miestny šaman na Nový rok čakal špeciálnych hostí. Keďže bol Bernt mestským šerifom, váženú návštevu išiel vítať spolu s nimi na Descartovu železničnú stanicu na okraji mesta.

Úloha 2:

Keď tam Bernt spolu so šamanom a jeho družinou dorazili, čakali na nich piati zvláštni matematici s menami Alfa, Beta, Chí, Delta a Epsilon. Šaman prezradil, že sú to domorodci z ďalekého ostrova poctivcov a klamárov. Chceli ich spoločne ubytovať vo sviatočnom típi pre návštevy, no domorodci šamana upozornili, že poctivcov a klamárov treba ubytovať zvlášť, nakoľko sa vždy pohádajú. Preto bolo treba zistiť, ktorého domorodca ubytovať s kým. Matematici im o sebe povedali toto:

Alfa : "Chí a Delta sú obidvaja poctivci alebo obidvaja klamári."

Beta : "Ak Epsilon je poctivec, tak Alfa je tiež poctivec."

Chí : "Medzi nami je párny počet klamárov."

Delta : "Spomedzi Alfy, Bety a Chí je aspoň jeden klamár."

Epsilon : "Alfa a Chí sú obidvaja klamári."



Šaman teraz musí vymyslieť, ako matematikov rozdeliť do dvoch típi.

Pomôžete mu?

Viete na základe ich vyjadrení určiť, kto je poctivec a kto klamár? Nezabudnite, že poctivci z ostrova vždy hovoria pravdu, a klamári vždy klamú. Svoje tvrdenie poriadne odôvodnite, aby sa matematici správne rozdelili.

Ako sa Bernt s indiánskou družinou a hosťami vracali nazad do mestečka, čakali pred železničným priecestím, kým prejde vlak a zdvihnú sa rampy. Keďže to bolo prvýkrát, čo Bernt stretol významných matematikov, chcel sa od nich dozvedieť toho čo najviac.

Úloha 3:

Delta mal rád geometriu a rozprával mu o štvoruholníkoch, ktoré objavil. Ich význačnou vlastnosťou bolo, že sa im dala opísať kružnica a jej stred ležal na priesečníku uhlopriečok štvoruholníka. Ako ich rozhovor počúval Epsilon, zrazu vykrikoval: "Ale veď to musia byť!". Ostatní ale nepočuli odpoveď, pretože akurát vtedy prešiel priecestím vlak. Len Bernt stojaci najbližšie pri Epsilonovi ju počul, no nechcel tomu uveriť. Pretože sa ale rampy zdvihli a družina na koňoch pokračovala vo svojej ceste do mestečka, nestihol sa ho už spýtať, ako na to prišiel. Viete doplniť Epsilonovu odpoveď a Berntovi vysvetliť, prečo je správna?

Zistite, aké štvoruholníky Delta objavil a prečo mal Epsilon pravdu. Svoje riešenie poriadne popíšte a zdôvodnite, aby si to Bernt dobre zapamätal.

Po príchode do mestečka sa začali prípravy na veľkolepý silvestrovský ohňostroj. Matematici boli do San Euler pozvaní ako hlavní pyrotechnici, ktorí priniesli svoj špeciálny ohňostroj s názvom Platónske mnohobumy. Tento ohňostroj vymysleli matematici tak, že sám rozhodoval o farbe svojich iskier.

Úloha 4:

Mnohobumy mali tvar pravidelného štvorstena so stenami očíslovanými od 1 do 4 a v balení boli takéto štvorsteny vždy po dva. Matematici mnohobumy vyrobili veľmi bezpečné - odpaľujú sa odhodením. Prvý štvorsten treba hodiť tak, aby bolo jasné, aké číslo padlo, a potom rovnako hodiť druhý. Farba ohňostroja závisela od súčinu čísel na spodných stenách odhodенých mnohobumov. Ak bol súčin deliteľný 3, vytryskli červené iskry, a ak bol deliteľný 4, iskry boli žlté (ak bolo treba, mohli byť iskry oboch druhov naraz). Šaman spolu s Berntom nakúpili sto balení Platónskych mnohobumov. Bernt mal nápad, že sa zladí s ohňostrojom a oblečie sa do jeho najčastejšej farby. Nie je si ale istý, či bude skôr ladiť v červenom alebo v žltom úbore. Pomôžete mu?



Viete zistiť, koľkokrát bude počas ohňostroja vidieť červené iskry, koľkokrát žlté iskry, a ktorých bude viac? Ako istí si môžete byť svojou odpoveďou? Skúste ju čo najlepšie odôvodniť. Nechceme preda, aby sa Bernt musel hanbiť kvôli zlej voľbe úboru.

Na vaše riešenia sa spolu so šerifom *Bolzanom* a jeho koňom *Leonardom* tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude napísaná vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 0,75€**), pošlite najneskôr **14. februára 2022** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

*Riešenia nám píše na samostatné papiere veľkosti A4 s vyplnenou hlavičkou podľa pokynov.
Elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na sezam.sk/prihlaska.*

Pokiaľ máte kvôli pandemickým opatreniam problém s posielaním papierovej pošty, riešenia nám môžete odovzdať elektronicky vo formáte pdf.

Pokyny ako pri tom postupovať nájdete na adrese <https://www.sezam.sk/ako-odovzdat-riesenia-elektronicky/>