

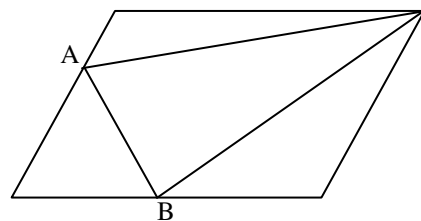
## S E Z A M , Školský rok 2007/2008, 2. letná séria



Sherlock Holmes, doktor Watson a Alica pokročili vo vyšetrowaní krádeže obrazu z múzea Louvre. Pri vyšetrowaní našli prsteň, ktorý ich zaviedol až k anglickému šľachticovi Alfrédovi Tudorovi. Naposledy sme s doktorom Watsonom a Alicou hľadali odpoveď na dve majordómove otázky. Po zodpovedaní týchto otázok ich vstupu pred sira Alfréda nestálo nič v ceste. So slovami: „Nasledujte ma“ ich majordóm previedol cez Alfrédove sídlo ozdobené mnohými sochami a obrazmi. Potom vstúpil do jednej z miestností a oznámil: „Doktor Watson a slečna Alica Holmesová.“ Hlboký barytón odpovedal: „Nech vstúpia.“

Alfréd práve končil s raňajkami a preto ponúkol Alici a doktorovi Watsonovi šálku ranného čaju. Po krátkom rozhovore o počasí ich pozval na prechádzku jeho záhradami. Predtým, ako sa stihli dostať k rozhovoru o krádeži prsteňa a obrazu, vytrhol ich z rozhovoru hlasný rozhovor štyroch záhradníkov. Sir Alfréd hneď zistil, čo je dôvodom ich hádky.

**1. úloha:** Záhradníci sa rozhodli, že na záhon tvaru rovnobežníka vysadia štyri druhy kvetín. Každý druh mal byť vysadený na časť záhonu v tvare trojuholníka. Približný plánik trojuholníkových záhonov vidíte na obrázku. Keďže všetky druhy kvetín sa záhradníkom zdali rovnako zaujímavé, rozhodli sa, že trojuholníkové záhony, na ktoré budú kvetiny sadiť, musia byť rovnako veľké. No a toto sa stalo kameňom úrazu. Nevedeli sa dohodnúť, kam treba umiestniť hranice záhonov (body  $A$ ,  $B$ ), aby platilo, že všetky záhony majú rovnaký obsah. Sir Alfréd sa rozhodol, že pomôže ich problém vyriešiť. Vedeli by ste im pomôcť aj vy?



**Zistite, ako určiť polohu bodov  $A$  a  $B$  tak, aby všetky 4 vzniknuté trojuholníky mali rovnaký obsah. Keď si myslíte, že tak body  $A$  a  $B$  umiestniť nejde, poriadne to zdôvodnite.**



Spôsob, akým Alfréd vyriešil problém záhradníkov, utvrdil doktora Watsona v tom, že majú pred sebou veľmi múdreho človeka. Preto mu s Alicou rozpovedali všetko o krádeži obrazu a o nájdenom prsteni. Alfréd im povedal, že prsteň mu zmizol takmer pred rokom počas osláv jeho narodenín. Pri spomienke na oslavu narodenín sa mu na tvári rozlial pobavený úsmev. Jeho dôvodom bolo pripomenutie si trikov kúzelníka pozvaného zo severného Anglicka. Kúzelník mal záľubu v rôznych hádankách a hlavolamoch a jeden z nich si Alfréd dobre zapamätal:

**2. úloha:** „Mylord, môžete mi povedať presne jednu vetu. Ak je pravdivá, dám Vám presne 10 libier. Ak je nepravdivá, dám Vám možno menej ako 10 libier, možno viac ako 10 libier, ale určite Vám nedám presne 10 libier. Vedeli by ste mi povedať vetu, za ktorú by som vám dal presne 100 libier?“ Alfréd si vtedy dlho lámal nad otázkou hlavu a po dlhšej dobe povedal vetu: „Dáte mi 100 libier.“ Kúzelník pokýval hlavou a skonštatoval: „Táto veta nemôže byť pravdivá, lebo by ste dostali 10 a nie 100 libier. Tým pádom musí byť nepravdivá. Ale keďže je nepravdivá, tak Vám nedám nič (teda menej ako 10 libier).“ Alfréd bol sklamaný, že jeho veta nebola správna. Vedeli by ste vy na Alfrédovom mieste povedať vetu, ktorá by vám zaručila 100 libier?

**Navrhňte ľubovoľnú vetu, ktorá by Alfrédovi zaistila 100 libier. Podrobne zdôvodnite, prečo je vaša veta správna.**

Kým sa doktor Watson a Alica snažili vymyslieť správnu vetu a rozmýšľali, prečo sa im táto úloha zdá akási povedomá, Sherlock Holmes sa práve rozprával s agentom 007. Zmienka v novinách o tom, že zmizli kráľovské pokladnice, mu nedala v noci spať. Preto sa hneď ráno vybral do archívu tajnej služby a našiel tam agenta 007, ktorý prípad vyšetrowal. Ten mu krádež pokladníc potvrdil a povedal,

že aj vie, koľko pokladníc zmizlo. Ale keďže aj steny majú uši, počet zmiznutých pokladníc mu jednoducho neprezradil, ale položil pred neho dvadsať papierikov.

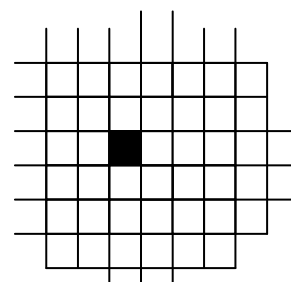


**3. úloha:** Na dvadsiatich papierikoch boli napísané čísla od 1 do 20. Agent povedal Sherlockovi, nech z nich vytvorí 10 dvojíc. Keď to Sherlock urobil, agent 007 povedal, že na stole je vytvorených niekoľko „podarených“ dvojíc a niekoľko „zlých“ dvojíc čísel. Podarenú dvojicu tvoria také dve čísla, z ktorých sa jedno dá vydeliť druhým bezo zvyšku (napríklad 12 a 4). Zlý dvojicu tvoria čísla, z ktorých sa ani jedno nedá vydeliť druhým bezo zvyšku (napríklad 5 a 8). Potom Sherlockovi zašepkal, že zmizlo toľko pokladníc, koľko najviac podarených dvojíc sa dá vytvoriť z čísel 1, 2, ..., 20. Vedeli by ste zistiť, koľko pokladníc zmizlo?

**Zistite, koľko podarených dvojíc sa dá vytvoriť z čísel 1, 2, ..., 20. Poriadne zdôvodnite, prečo sa viac podarených dvojíc vytvoriť nedá.**

Už sa schyľovalo k obedu, keď Alfréd prezradil Watsonovi a Alici, že aj tento rok chystá k narodeninám veľkú oslavu. Na oslavu pozval tých istých zabávačov ako minulý rok. Aby zabránil ďalšej novej krádeži, poprosil doktora Watsona a Alicu, nech sa o týždeň spolu so Sherlockom zúčastnia tejto oslavy. Možno sa im podarí na oslave chytiť zlodca obrazu a prsteňa. Zatiaľ pred Alfrédom stála nemenej dôležitá úloha. A to zabezpečiť, aby na oslavu bolo všetko pripravené.

**4. úloha:** Alfréd plánoval mať oslavu v šiestich veľkých sálach. Každú zo sál chcel (celú) vydláždiť čiernymi a bielymi dlaždicami. Dlaždice sa mali umiestniť do štvorcovej siete, ktorej malinký kúsok vidíte na obrázku. Každé políčko susedí s ďalšími ôsmimi políčkami (Čierna dlaždička v strede obrázka susedí s ôsmimi bielymi dlaždicami.) V každej zo šiestich miestností sa snažil dodržať jednoduché pravidlo.



V prvej zo šiestich miestností má mať každá dlaždička práve jedného suseda tej istej farby (to znamená čierna dlaždička práve jedného suseda čiernej farby a biela dlaždička práve jedného suseda bielej farby). V druhej sále má mať každá dlaždička práve dvoch susedov tej istej farby. A tak ďalej. V poslednej šiestej sále má mať každá dlaždička práve šesť susedov tej istej farby. Pri stene môže byť pravidlo susedov porušené, ale sály sú také veľké, že si to hostia nevšimnú. Skúste spolu s Alfrédom vymyslieť, ako umiestňovať dlaždičky do sál, aby v každej miestnosti bolo pravidlo dodržané. (Predstavte si pritom, že miestnosti nemajú steny a sú nekonečne veľké.)

**Navrhňte, ako môže Alfréd vydláždiť každú zo šiestich sál. Ak si myslíte, že niektorá sála sa podľa pravidla vydláždiť nedá, odôvodnite prečo.**

***Spolu so Sherlockom, Alicou a Watsonom netrpezlivo očakávame vaše riešenia!  
Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup,  
ako ste sa k nim dostali.***

Svoje odpovede nám pošlite najneskôr do **14. apríla 2008**. Pošlite ich na adresu

**gymn. Veľká okružná 22, Martin Bachratý, 010 01 Žilina**

a nezabudnite priložiť **obálku veľkosti A5 s vašou adresou a s 14 Sk známku!** (Pozrite si pokyny!)

-----odstrihni a pošli s riešeniami-----

Napíš číslo úlohy,

ktorá sa ti najviac páčila :

ktorá sa ti najmenej páčila :

Napíš číslo úlohy,

ktorá bola najťažšia :

ktorá bola najľahšia :