

# SEZAMKO 2007/2008, Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Milí riešitelia,

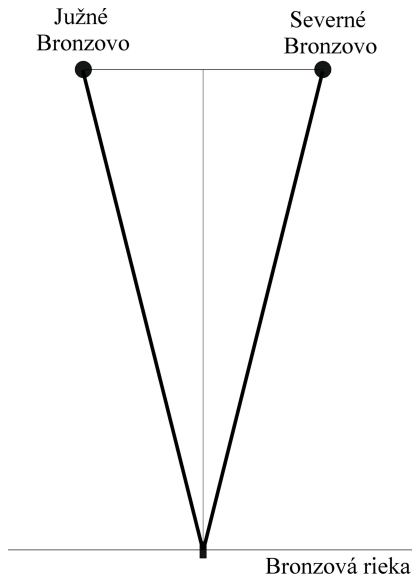
ani sme sa nenazdali a už sa nám treba s vami rozlúčiť. Opravili sme totiž poslednú sériu SEZAMKa v tomto školskom roku. S tými, ktorým sa darilo najviac, sa ale ešte lúčiť nemusíme – možno sa s nimi stretne už onedlho na sústreďení v Beluškých Slatinách pri Púchove.

Trpaslíci, Snehulienka a ostatné postavy nášho príbehu vám všetkým veľmi pekne ďakujú, že ste im pomohli s toľkými matematickými problémami. V septembri k vám (ak ste nám v hlavičkách písali správnu adresu) zavítajú noví rozprávkovi hrdinovia. Nechajte sa prekvapiť, kto to bude tentokrát. Pokiaľ ste už šiestaci a SEZAMKa budúci rok podľa pravidiel nebudete môcť riešiť, nesmúťte. Väčší brat SEZAMKa – volá sa SEZAM, na vás určite bude myslieť a pošle vám svoje zadania. Aby ste budúci rok patrili k tým najlepším, nezabudnite si prečítať aj tieto vzorové riešenia...

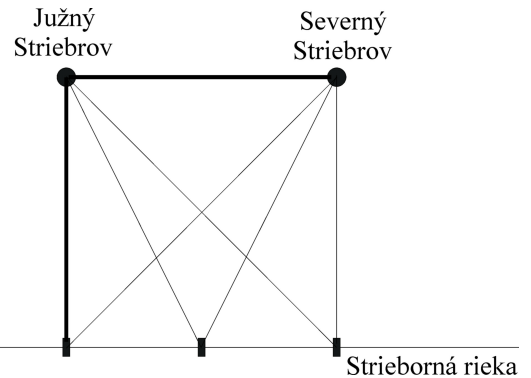
Úspešný koniec školského roka a pekné prázdniny vám želajú všetci vedúci SEZAMKa!

## Úloha 1 (opravovali Janka a Vojto Bálintovci)

Všetci ste si ľahko poradili s Bronzovou riekou – most bude v strede medzi dedinami pri rieke. Najjednoduchšie sa dá tento most nájsť tak, že prejdeme do stredu medzi Severné a Južné Bronzovo a potom sa otočíme o 90 stupňov smerom k rieke. Kráčame k rieke a keď k nej dôjdeme, urobíme tam most. Matematik by povedal: „Nakreslíme si na papier obe dediny, spojíme ich úsečkou, v jej strede urobíme kolmicu a kde sa pretne s riekou, tam postavíme most.“ **Vznikne tak rovnoramenný trojuholník so základňou dĺžky 5 km.**

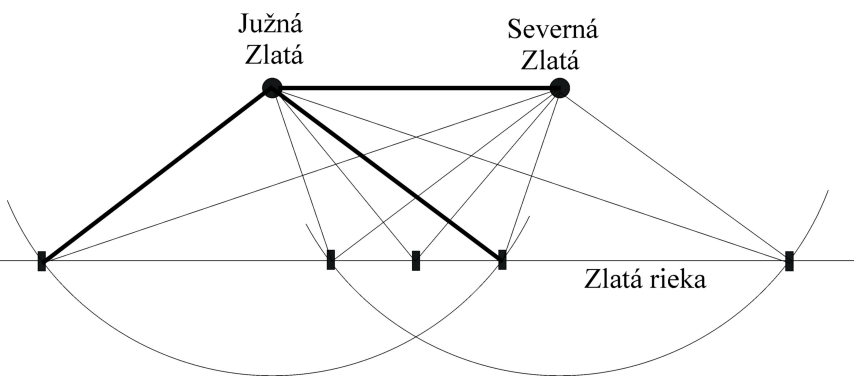


Pri Striebornej rieke to bolo komplikovanejšie. Okrem mostu v strede medzi dedinami (rovnako ako pri Bronzovej rieke), sú ešte dva ďalšie mosty. Ak pôjdeme zo Severného Striebrova priamo k rieke a na tomto mieste postavíme most, tak vzdialenosť zo Severného Striebrova k mostu je 5 km rovnako ako vzdialenosť zo Severného Striebrova do Južného Striebrova. Takže aj v tomto prípade **tvoria Severný Striebrov, Južný Striebrov a most rovnoramenný trojuholník** (teraz má jeho rameno dĺžku 5 km, nie základňa).



Určite vás teraz napadlo, či sa to takto nedalo aj pri Bronzovej rieke... No nedalo, pretože bronzové osady sú od rieky vzdialené viac ako 5 km.

Zostáva ešte Zlatá rieka. Rovnako ako pri Bronzovej a Striebornej rieke, aj tu bude jeden most v strede, to už nikoho neprekvapí. Ako ale nájsť ďalšie mosty? Najjednoduchšie je nakresliť si to na papier. Južná a Severná Zlatá sú od seba vzdialené 5 km a od rieky 3 km. Zapichneme kružidlo do Severnej Zlatej, urobíme kružnicu s polomerom 5 km a pozrieme sa, kde pretne riekou. A tu je prekvapenie! Prešla ju až na dvoch miestach, takže na oboch môžeme postaviť most. Vzniknú tak dva rovnoramenné trojuholníky, ktoré majú ramená dlhé 5 km. A keď urobíme kružnicu z Južnej Zlatej, vzniknú ďalšie dva mosty. **Spolu je na Zlatej rieke až päť mostov.**



## Úloha 2 (opravovala Ajka Bachratá)

Najskôr by sme chceli pochváliť tých, čo si to so žabami a mostíkom vyskúšali naozaj s mincou. Vďaka nim máme tieto výsledky: 21, 26, 27, 28, 35, 38, 38, 42, 45, 46, 49, 65 a 82. Z nich vidno, že na moste asi bude napísaných viac čísel menších ako 50.

Skúsme si to nejako zrátať. Najskôr sa pozrieme, čo sa deje pri jednom skoku žaby. Keď žaba vyskočí, mostík sa pohne doprava alebo doľava. Keď sa mostík pohne doprava, žaba dopadne vľavo od miesta, z ktorého skákala. Keď sa mostík pohne doľava, žaba dopadne vpravo od miesta, z ktorého skákala. Namiesto toho, aby sa do strán hýbal mostík, môžu do strán skákať žaby. Ak padne hlava, tak na jednu stranu a ak padne znak, tak na druhú. Keď je žaba v strede mostíka a skočí dvakrát na tú istú stranu, tak spadne do vody.

Pozrieme sa ako by vyzeralo skákanie, keby sme pozorovali všetky žaby naraz. Na začiatku stojí 128 žiab v strede mostíka. Hodíme 128-krát mincou. V približne polovici prípadov padne hlava a v polovici znak. Tá polovica je

vypočítaný výsledok, ako to dopadne naozaj, to nemôžeme vedieť. Nebude to teda úplne presne, ale približne 64 žiab skočí vľavo a 64 vpravo.

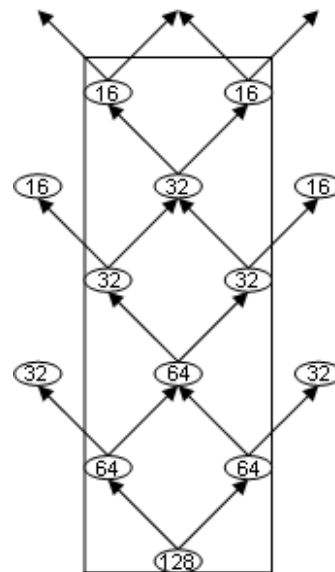
Pri druhom skoku sa pozrieme najskôr na žaby stojace vľavo. Opäť by mala približne polovica (32 žiab) z nich skočiť vľavo a polovica (32 žiab) vpravo. Tie čo skočili vľavo už padnú do vody. Naopak, tie čo skočili vpravo sa vrátia do stredu mostíka. Na pravej strane to bude vyzeráť podobne. Tie čo skočili znovu vpravo spadnú do vody a tie čo skočili vľavo sa vrátia do stredu mostíka. Po druhom skoku je preto približne  $32+32 = 64$  žiab vo vode a zvyšných 64 je v strede mosta.

Pri treťom skoku žiadna žaba nespadne do vody, lebo všetky skáču zo stredu mosta. Takže sa len rozdelia na približne 32 žiab na ľavej strane mosta a 32 žiab na pravej strane mosta.

Pri štvrtom skoku zo žiab vľavo padne asi polovica (16 žiab) do vody a asi polovica (16 žiab) sa vráti do stredu. Na pravej strane to bude také isté, 16 žiab padne do vody a 16 skočí do stredu mostíka. Spolu spadne do vody 32 žiab a 32 žiab bude v strede mostíka. Pri poslednom skoku už žiadna žaba nespadne, pretože všetky skáču zo stredu.

**Na druhý breh prejde približne 32 žiab, čo je menej ako 50.** Tento výsledok nie je úplne presný, čo zistili všetci, ktorí pokus so žabami urobili. A tak niekedy preskákalo na breh 31 žiab, inokedy 42 a niekedy možno aj 65. Ale tie počty nad 50 majú príliš malú šancu, aby to naozaj tak vyšlo. Spomedzi všetkých skúšajúcich sa to podarilo iba dvom.

**Správna odpoveď je, že na mostíku boli napísané väčšinou čísla menšie ako 50. Skoro určite.**



### Úloha 3 (opravoval Škrečok Prusák)

Skúsme si zrátať, kedy najskôr bude brána otvorená. Na mieste minút na digitálnych hodinách môžeme mať najviac 59, lebo pri 60 minútach naskočí nová hodina a miesto minút sa vynuluje. Keďže súčet hodín a minút na hodinách má byť 65, na mieste hodín musí byť najmenej  $65-59 = 6$ . **Prvý čas otvorenia brány bude preto o 06:59**, skôr to nemôže byť, lebo by sme na mieste minút museli mať číslo väčšie ako 59 (a to sa nedá).

Nasledujúci čas otvorenia brány dostaneme jednoducho, stačí pridať jedna k hodinám a ubrať jedna z minút. Dostaneme tak časy 07:58, 08:57 a tak ďalej až do 23:42, čo bude posledný čas otvorenia brány. Ďalší čas by totiž bol 24:41, čo už ale digitálne hodiny ukazujú ako 00:41. Treba už len spočítať, koľko uplynie hodín od šiestej ráno do dvadsiatej tretej večer. **Je ich spolu  $(23-6)+1 = 18$ , brána bude otvorená 18 minút za deň** (alebo to nemusíme takto zložito počítať, stačí iba porátať, koľko časov máme vypísaných).

Mohli sme tie časy vyrobiť aj tak, že by sme si vypísali hodiny od 0 do 23. Ku každej hodine vieme jednoznačne dorátať, koľko minút by pri nej muselo byť tak, aby bol súčet hodín a minút rovný 65.

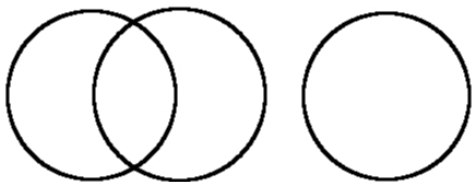
### Úloha 4 (opravovala Lenka Trojaková)

Máme kruhovú formičku a chceme zistiť, ktoré možné počty koláčikov vieme vykrojiť tromi pritlačeniami. Akého tvaru musia byť tieto koláčiky, to v zadaní nie je napísané. Môžu byť preto ľubovoľného tvaru. Hor' sa vykrajovať...

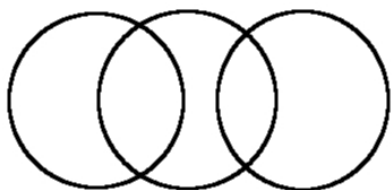
Keď otláčime formičku trikrát na to isté miesto, dostaneme jeden koláčik. Keď dvakrát otláčime formičku na jedno miesto a tretíkrát na iné tak, aby sa neprekrývali, dostaneme dva koláčiky. Keď zakaždým otláčime cesto na iné miesto tak, aby sa jednotlivé otláčenia formičky neprekrývali, dostaneme 3 koláčiky.

Vieme zatiaľ tromi otláčieniami formičky vytvoriť jeden, dva alebo tri koláčiky. To ale pre sedem trpaslíkov nestačí. Dá sa vytvoriť viac koláčikov?

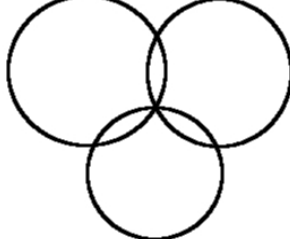
4 koláčiky



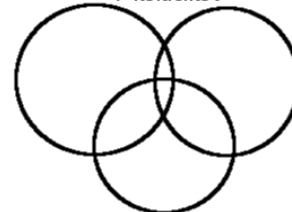
5 koláčikov



6 koláčikov



7 koláčikov



Skúsme vytvoriť 4 koláčiky. Keďže máme len tri otláčenia formičky, niektoré otláčenia sa musia prekrývať, aby sme dostali štyri kúsky. Bude to vyzeráť tak, ako na obrázku.

Rovnako aj pri piatich, šiestich aj siedmich kúskoch sa nám musia otláčenia formičky prekrývať. Naše výtvary sú na ďalších obrázkoch, môžete zrátať počty kúskov na každom obrázku a overiť, že je tam naozaj päť, šesť alebo sedem koláčikov.

**Tromi otláčieniami vieme vytvoriť hocijaký počet koláčikov od jedna do sedem, preto si každý trpaslík môže upiecť svoj počet koláčikov.**