SEZAMKO 2007/2008, Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Milí riešitelia,
Ani sme sa nenazdali a po 10 úlohách a 2 sériách sa skončila zimná časť našej súťaže. Snehulienka aj všetci trpaslíci sa veľmi tešia z toho, ako ste im svojimi riešeniami pomohli. Či sa ich ťažkosti nedali riešiť aj inak alebo lepšie sa dozviete, ak si pozorne prečítate tieto vzorové riešenia.
S tými, ktorí dostanú pozvánku a budú môcť pricestovať, sa ešte za pár dní uvidíme na stretnutí najlepších riešiteľov v Žiline. Uvidíme, či si nájde čas aj Snehulienka a trpaslíci. Ale určite Vám pošlú dopis s novými úlohami začiatkom budúceho roka, kedy sa rozbehne letná časť súťaže.
Na skoré stretnutie s Vami sa tešia trpaslíci, Snehulienka a organizátori.

(Viacerí ste si všimli, že permoníci pokazili vzorčeky v našom stroji na výrobu poradia a niektorým nezarátali body za 5. úlohu prvej série. Permoníkov sme pochytali a posielame aj opravené poradie prvej série.)

Úloha 1 *(opravovala Ajka Bachratá)*
Prvá vec, ktorú si treba uvedomiť, je počet trpaslíkov. Tých je len šesť, pretože Hapčík sa lieči. Vďaka tomu sa mohli trpaslíci v rade rozdeliť na prvú a druhú polovicu. Na tieto polovice sa pozrieme trochu lepšie. Začneme prvou. Ktorí trpaslíci v nej budú a ako budú zoradení?
Určite tu bude Kýblik, lebo sám hovorí, že je v prvej polovici. Takisto aj Spachtoš, lebo má byť niekde pred Kýblikom. A posledným v prvej polovici bude Papkoš, pretože Smiešok o ňom povedal, že nie je v druhej. Takže vieme, ktorí traja trpaslíci sú vpredu. Ešte musíme zistiť, v akom idú poradí. Tu nám pomôže Papkošova veta. On totiž povedal, že má párne poradové číslo. No a v prvej polovici je párne poradové číslo len dvojka. Takže Papkoš je druhý. Pre Spachtoša a Kýblika zostalo už len prvé a tretie miesto. A keďže Spachtoš má byť pred Kýblikom, tak bude prvý a Kýblik tretí.
Ešte potrebujeme zoradiť druhú polovicu. Tu nám zostali Mudroš, Dudroš a Smiešok. O Mudrošovi vieme, že je tesne pred Smieškom. Teda nebude posledný. Tak isto ani Dudroš nie je posledný, lebo to povedal. Teda posledný môže byť jedine Smiešok. Ale keď je Smiešok posledný, tak vieme aj kde je Mudroš. Tesne pred ním, teda piaty. A Dudrošovi zostáva už len štvrté miesto.
Takže sme našli miesto pre každého trpaslíka.Prvý Spachtoš, druhý Papkoš, tretí Kýblik, štvrtý Dudroš, piaty Mudroš a posledný Smiešok. Pri zoraďovaní trpaslíkov nám vždy vyšlo len jedno miesto, kde môže trpaslík byť. Nikdy sme si nemohli vyberať medzi dvoma rôznymi. Preto táto úloha nebude mať iné riešenie ako toto.
Ešte si môžete vyskúšať, či pri takomto zoradení naozaj vravia pravdu.

Úloha 2 (*opravovala Katarína Bachratá*)
V prvom rade treba povedať, že úloha bola veľmi neobvyklá a chceme pochváliť všetkých, ktorí sa odvážili začať ju riešiť. Keď si zahrali podobnú hru ako Hapčík, tak ste zistili, že presný výsledok povedať nevieme. Vieme však úvahou zistiť, kto má väčšiu šancu vyhrať. Napríklad pri hádzaní s jednou kockou sú šance každého čísla úplne rovnaké, ale keby sme kockou hodili šesť krát, asi sa nestane, že práve raz padne 1, raz 2, raz 3, raz 4, raz 5 a raz 6. Pri 600 hodoch to tiež nebude presne 100 krát 1, 100 krát 2, 100 krát 3, 100 krát 4, 100 krát 5 a 100 krát 6. Skutočné hodnoty sa budú len približovať k týmto číslam. Napíšme si najskôr, aké sú možné výsledky pri hode 2 kockami ↑.

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1		1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1
1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2		1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2
1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3		1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3
1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4		1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5		1 5	2 5	3 5	4 5	5 5	6 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6		1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 6

V druhej tabuľke sme si už zapísali výsledok hry. Šanca, že súčet bude sedem je 6 z 36 všetkých možností a šanca, že súčet bude osem je 5 z 36. Takže vidíme, že väčšiu šancu mal Hapčík, ale ako to skutočne dopadlo, to vedieť nemôžeme.
Len tak pre zaujímavosť, kto má väčšiu šancu, súčet 10, alebo súčet 4?

***Úloha 3** (opravovala Kika Kovalčíková)*

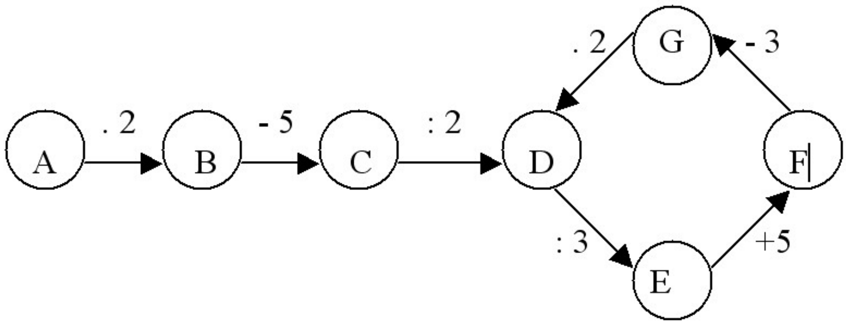
Prekreslime si najprv obrázok tak, aby bol prehľadnejší.

Potom vidíme, že musí platiť takáto rovnica: $(D:3 + 5 - 3) \cdot 2 = D$

Môžeme ju ďalej upravovať:

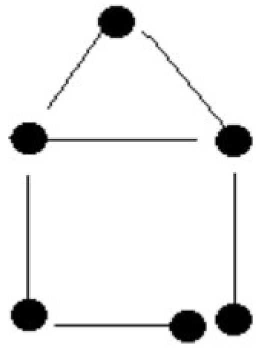
$$D:3 + 2 = D:2 \qquad /.6$$
$$2.D + 12 = 3.D \qquad / -2.D$$
$$12 = D$$

V políčku D je teda určite číslo 12. Potom E = 12:3 = 4. Podobne F=9 a G=6.
C:2 = D = 12, teda C= 24. Rovnako viem zistiť, že B = 29 a A = 14,5.



Toto ale nesedí, lebo 14,5 nie je celé číslo. Všimnime si, že keby boli naozaj všetky čísla celé, tak B je párne číslo, lebo B=2.A. Rovnako aj C musí byť párne číslo, lebo C=2.D. Nakoniec vieme, že rozdiel medzi B a C je 5 – a toto nie je možné, ak sú B a C párne. Teda úloha nemá riešenie v celých číslach. Trpaslíci si preto nabudúce dajú na Permoníkov dobrý pozor.

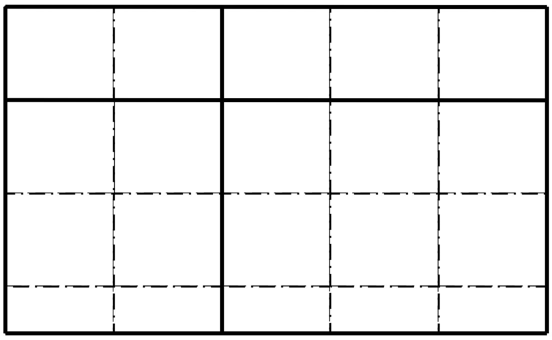
***Úloha 4** (opravovala Kaja Janíková)*



Domček je tvorený šiestimi zápalkami. Každá zápalka má dve možné polohy. Čiže keby sme mali útvar tvorený jednou zápalkou, tak takéto útvary sú dva. Keby sme mali dve zápalky, každá zápalka má tieto dve možné polohy. Každá možnosť tejto zápalky môže byť s kombináciou s polohami s druhou zápalkou, čo je 2.2=4. takúto úvahu môžeme rozvinúť pre 3 zápalky(2.2.2=8), 4 zápalky(2.2.2.2=16), 5 zápaliek (2.2.2.2.2=32) a šesť zápaliek(2.2.2.2.2.2=64). A 6 zápaliek tvorí náš domček, čiže aj pre nás domček máme 64 možností.

***Úloha 5** (opravovala Erika Trojáková)*

Našou úlohu je zistiť obsah najväčšieho plechu. Na to, aby sme ho vypočítali, rozdeľme veľký obdĺžnik na



niekoľko častí, tak ako vidíte na obrázku. Rozdelili sme najskôr ľavý horný obdĺžnik s obsahom 60 dm^2 napoly. Tým sme dostali dve časti s obsahom 30 dm^2. V pravom hornom obdĺžniku s obsahom 90 dm^2 sú takéto časti tri.

Ľavý dolný obdĺžnik s obsahom 150 dm2 V sebe má dva a pol násobok obdĺžnika s plochou 60 dm^2 . Pri delení obdĺžnika s obsahom 150 dm^2 sa nám tam preto zmestili 4 celé časti s obsahom 30 dm^2 a dve menšie časti s obsahom 15 dm^2.

V obdĺžniku, ktorého obsah hľadáme, máme šesť časti s obsahom 30 dm^2 a 3 časti s obsahom 15 dm^2. Teda dokopy má najväčší obdĺžnik obsah 6 x 30 + 3 x 15=180+45=225 dm^2.

A teraz sa už spolu so Snehulienkou môžeme začať chystať na Vianoce...