

## SEZAM, Školský rok 2022/2023, 2. zimná séria



Ahojte, kamaráti!

Vesmírnu loď Svetlušku a robota Artura sme naposledy zanechali na planéte Drevo, kde sa spriatelili s miestnymi obyvateľmi Drevákmi. Títo tvoria od nepamäti pracujú iba s drevom, lesy pokrývajú takmer úplne celý povrch planéty. Okrem lesov sú tu už len rúbaniská a jedno neprebádané more.

Dreváci si svoje more vážia, lebo je to jediný rozsiahly zdroj vody na planéte. Je opradené množstvom legend a povestí. Svetluške a Arturovi porozprávali jednu z najstarších o ostrovnom kráľovstve.



### Úloha 1:

Legenda hovorí, že uprostred mora je prastaré kráľovstvo, ktoré pozostáva z desiatich ostrovov a niekoľkých mostov medzi nimi. Dva ostrovy v kráľovstve sa nazývajú *susedmi*, ak sú priamo spojené mostom. Medzi každými dvoma ostrovmi je buď práve jeden most alebo žiaden most. Most spája vždy len dva ostrovy, na mostoch teda nie sú žiadne križovatky ani rozdvojky. Záver legendy hovorí, že v tomto kráľovstve má údajne každý ostrov iný počet *susedov*. Legendy však často zveličujú, aby zneli zaujímavejšie.

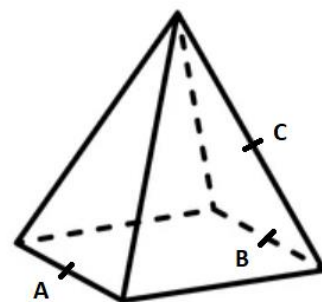
**Môže byť táto legenda pravdivá a môže kráľovstvo vôbec existovať? Ak áno, navrhnete ako môžu byť ostrovy mostami pospájané. Ak nie, vysvetlite prečo. Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.**

Keďže Dreváci pracovali výlučne s drevom, tak aj lode mali iba drevené a krehké. Preto more ostávalo neprebádané a ukrývalo veľa tajomstiev. Svetluška sa ponúkla, že ich môže na svojej palube odvieť na prieskum. Hneď na prvom ostrove, ktorý zbadali, pristáli a vybrali sa na prieskum. Po hodine chôdze objavili obrovskú pyramídu.

### Úloha 2:

Drevená pyramída sa skladala zo štyroch stien tvaru rovnostranných trojuholníkov so stranou dĺžky 100 metrov a štvorcovou základňou stála na pevnej zemi. Dreváci vedia veľmi dobre loziť po dreve, preto nemusia pyramídu obchádzať, ale môžu kráčať aj priamo po povrchu jej stien. Svetluška z výšky videla tri vchody v bodoch A, B a C, ktoré ležia v stredoch strán trojuholníkov. Dreváci stáli pri vchode A. Rozhodli sa rozdeliť na dve skupiny a urobiť medzi nimi súťaž. Prvá mala prejsť po pyramíde od vchodu A ku vchodu B, druhá od vchodu A ku vchodu C. Víťazom sa stane tá skupina, ktorá svoju cestu prejde *najkratším možným spôsobom*. Prvá teda má nájsť *najkratšiu* cestu z bodu A do bodu B a druhá *najkratšiu* cestu z bodu A do bodu C. Vedeli by ste na ich mieste nájsť výherné trasy a ich dĺžku?

**Nájdite, kadiaľ prejsť najkratšou cestou z A do B a kadiaľ z A do C. Určite aj dĺžky týchto ciest. Svoje tvrdenie nezabudnite poriadne odôvodniť.**



Kým Dreváci oddychovali po pretekoch v lezení po pyramíde, Artur ju obišiel do bodu B po zemi. Ukázalo sa, že tam je hlavný vchod. Hneď pri vchode Artur objavil aj otvárací mechanizmus.

### Úloha 3:

Vo dverách je zabudovaný stroj na riešenie matematického algebrogramu, do ktorého sa dajú vkladať kamene s číslicami. Kameňov je desať, každá číslica od 0 do 9 je na nich práve raz. Pri poslednom zemetrasení sedem kameňov zo stroja vypadlo. Ostali v ňom pevne zaseknuté len číslice 1, 3 a 5. Úloha na riešenie vyzerala teda nasledovne:

$$1**** : *5 = 3**$$

Kamene so zvyšnými číslicami treba uložiť na pozície hviezdičiek tak, aby bol výsledok úlohy správny. Potom sa dvere otvoria. Artur sa hneď pustil do riešenia vkladaním kameňov. Pomôžete mu?

**Zistite, ako má Artur uložiť kamene, aby bola úloha na dverách vypočítaná správne. Svoje riešenie poriadne popíšte a vysvetlite.**

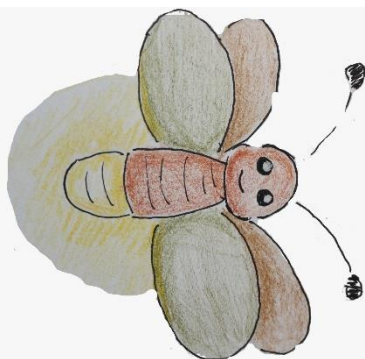


Po úspešnom otvorení dverí vošli všetci do pyramídy a našli hotový poklad – klince. Dreváci sa veľmi tešili, lebo budú môcť vyrábať zaujímavejšie veci.

Napríklad postavia lepšie lode a preskúmajú ďalšie ostrovy. Svetluška klince transportovala do hlavnej dielne a potom sa Drevákom rozhodla pomôcť ešte raz – pre seba aj pre budúce vesmírne lode postaví novú asfaltovú prístávaciu plochu.

### Úloha 4:

Svetluška zvykne asfaltovať prístávacie plochy do tvaru štvorca. Robí to špeciálnym spôsobom. Najskôr si na lúke laserom vyznačí úsečku  $XY$ , ktorá je dlhá ako súčet dĺžky strany a dĺžky uhlopriečky štvorca, ktorý chce vyasfaltovať. Potom zapne stavebné automaty, ktoré pomocou zložitého algoritmu na lúke vyznačia dokonalý štvorec so stranou a uhlopriečkou zadanej súhrnej dĺžky. Jeho vnútro potom



Svetluška vyasfaltuje. Svetluška už začala a vyznačila úsečku  $XY$ , stavebné automaty sa jej ale nepodarilo naštartovať. Pri vyznačenej úsečke tak ostal stáť len Artur s Drevákmi. Tí našťastie vedia vyrábať gigantické drevené pravítka a kružidlá a rysovať s nimi v prírode podobne, ako my na zemi s bežnými pravítkom a kružidlom. Podarí sa im pre Svetlušku vymyslieť náhradný algoritmus na vyznačenie štvorca? **Svetluška vám nakreslila úsečku. Jej dĺžka predstavuje súčet dĺžky strany a dĺžky uhlopriečky štvorca, ktorý potrebuje vyznačiť. Vymyslíte postup, ako s využitím tejto úsečky zostrojiť celý štvorec len pomocou pravítka a kružidla. Svoj postup poriadne popíšte, aby ho vedeli používať aj Artur a Svetluška.**

**Na vaše riešenia sa spolu s robotom Arturom a lod'ou Svetluškou tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM.** Riešenia (spolu s obálkou veľkosti C5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka **1,00 €**), posielajte (alebo hodte do schránky) **najneskôr 7. novembra 2022** na adresu:

Hynek Bachratý  
Fakulta riadenia a informatiky  
Žilinská univerzita  
Ulica Univerzitná 1  
010 26 Žilina

**a do rohu obálky pripíšte SEZAM**

*Pokiaľ ste ešte nestihli, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na [sezam.sk/prihlaska](http://sezam.sk/prihlaska). Pre hladký beh súťaže prosíme o dodržiavanie **Pokynov pre riešiteľov**. Ďakujeme.*