

## **S E Z A M , Školský rok 2023/2024, 1. letná séria**



*Myslíš si, že byť čarodejníkom je jednoduché? Možno sa ti lepšie bude hľadať odpoveď, ak skúsiš spolu s dvojčatami Petrom a Klárou Monterovcami objavovať svet čarodejníkov. Na poslednej návšteve MateMagickej univerzity nečakane nadabili na nezvyčajný čarodejnícko-detektívny oriešok. Týmto orieškom sa stala krádež magického amuletu z miestneho múzea. Stopa ich zaviedla k záhadným dverám, za ktorými zmizol zlodej. Napokon sa im podarilo otvoriť ich a vojsť...*

Po tom, čo vstúpili do miestnosti za dverami, zistili, že zlodej tam nie je. Miestnosť však nemala žiadne okná a ani iné ďalšie dvere. Možno teda ušiel cez podlahu, ktorú sa rozhodli Peter a Klára okamžite preskúmať.

### **Úloha 1:**

Miestnosť mala obdĺžnikovú podlahu vydláždenú štvorcovými dlaždicami 1m x 1m. Kvôli ľahšej orientácii Peter rozdelil celú miestnosť na sedem obdĺžnikových častí (štvorec považujeme za špeciálny typ obdĺžnika). Každá obdĺžniková časť bola zložená z určitého počtu celých štvorcových dlaždíc 1m x 1m. Zároveň všetky časti boli navzájom rôzne obdĺžniky, teda žiadne dva z nich nevieme na seba otočiť tak, aby vyzerali rovnako. Zistíte, z koľkých najmenej štvorcových dlaždíc musí byť zložená obdĺžniková podlaha miestnosti, ak sa dá rozdeliť vyššie opísaným spôsobom.

**Nájdite najmenšiu obdĺžnikovú podlahu, ktorá sa dá rozdeliť na 7 navzájom rôznych obdĺžnikových častí. Podrobne vysvetlite, prečo sa menšia už nájsť nedá.**

Po chvíli dvojčatá objavili pod jednou z dlaždíc tajný tunel vedúci na neďalekú lúku. Na okraji lúky stála chatrč známeho krotiteľa magických tvorov - poloobra Hagrida Fermata. Ten práve chystal krmivo pre svoje fénixy.

### **Úloha 2:**

Krmivo chystá Hagrid každý deň do niekoľkých vrecúšok podľa toho, koľko fénixov sa chystá kŕmiť. Na začiatku dá do prvého vrecúška jeden oriešok, do druhého dva oriešky, do tretieho tri oriešky atď. Potom môže počet orieškov vo vrecúškach meniť podľa nasledujúcich pravidiel:

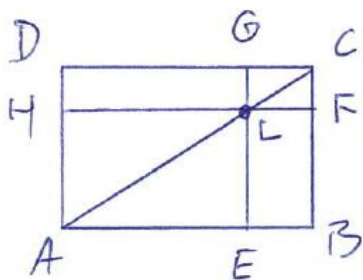
- buď si spomedzi vrecúšok vyberie ľubovoľné tri vrecúška a do jedného z nich pridá 1 oriešok, do druhého 2 oriešky a do posledného 3 oriešky,
- alebo si vyberie dve vrecúška (z ktorých každé obsahuje aspoň dva oriešky) a z každého z týchto dvoch vrecúšok vyberie dva oriešky.

Tieto pravidlá postupne používa, kým nie je spokojný s výsledným počtom orieškov vo vrecúškach. Hagrid si chce do svojho diára zapísať postupy, ako môže získať potrebné počty orieškov vo vrecúškach pre rôzne dni. Zistíte spolu s ním, či sa dá vymyslieť postup pre tri nasledujúce situácie:



- a) Ak má na začiatku 5 vrecúšok, môže mať na konci v každom z vrecúšok 5 orieškov?  
 b) Ak má na začiatku 6 vrecúšok, môže mať na konci v každom z vrecúšok 6 orieškov?  
 c) Ak má na začiatku 7 vrecúšok, môže mať na konci v každom z vrecúšok 7 orieškov?  
**Zistite, ako má Hagrid postupovať, aby mal vrecúška nachystané podľa svojich predstáv. Ak v niektorej situácii taký postup neexistuje, dôkladne vysvetlite prečo.**

Keď si Hagrid zapísal postupy do diára, zobral dvojčatá do sadu. Mal sa tu stretnúť so svojim nevlastným bratom Vydridom.



### Úloha 3:

Obdĺžnikovým sadom ABCD po uhlopriečke vedie cestička, na ktorej sa nachádza lavička L. Od nej vedú ďalšie dve cestičky rovnobežné so stranami obdĺžnika. Hagrid navrhol, aby zasiali trávu na celom obdĺžniku AEGD. Vydrid by miesto toho rád zasial trávu na celom obdĺžniku ABFH. Aby sa nehádali, rozhodli sa, že trávou vysejú ten z obdĺžnikov, ktorý má väčšiu plochu. Ktorý to bude? Pozor, obrázok je len približný a presné rozmery nepoznáme. Nájdete aj tak správnu odpoveď?

**Zistite, ktorý z obdĺžnikov AEGD a ABFH je väčší. Svoju odpoveď poriadne zdôvodnite.**

Pri sadení trávy sa Hagrid s Vydridom rozprávali o rodinnom trezore. Raz za mesiac na trezore menia heslo a vytvárajú ho veľmi zaujímavým spôsobom.

### Úloha 4:

Na začiatku si zvolia nejaké prirodzené číslo a vydedia ho číslom 7. Svoje heslo potom vyrobia z výsledku, ktorý vznikne po delení. Bude to niekoľko prvých číslic za desatinnou čiarkou podielu. Nechcú ale, aby heslo obsahovalo rovnaké číslice. Preto, ak sa niektorá číslica vo výsledku za desatinnou čiarkou opakuje, jednoducho ju preskočia a do hesla nepoužijú. Aké najdlhšie heslo si vedia takto vyrobiť?

**Zistite, aké najdlhšie heslo si vedia Hagrid s Vydridom vyrobiť. Svoje tvrdenia dôkladne vysvetlite.**



Na vaše riešenia sa spolu s Klárou a Petrom tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu **s obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude napísaná **vaša spätná adresa** a nalepená **známka 1,10 €**), posielajte (alebo hodte do schránky) **najneskôr 5. februára 2024** na adresu:

Hynek Bachratý  
 Fakulta riadenia a informatiky  
 Žilinská univerzita  
 Ulica Univerzitná 1  
 010 26 Žilina

**a do rohu obálky pripíšte SEZAM**

*Elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na **sezam.sk/prihlaska**. Pre hladký beh súťaže poprosíme o pozorné prečítanie Pokynov pre riešiteľov vrátane častí týkajúcich spôsobu zápisu a odoslania vašich riešení. Ďakujeme.*