

## SEZAMKO 2018/2019, Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Milí riešitelia,

veríme, že sa už pasujete s príkladmi z druhej zimnej série tohtoročného SEZAMKA. Athena, Porthos a ich babička Minerva sa veľmi potešili všetkým vašim riešeniami. Taktiež dúfajú, že im pomôžete aj s ďalšími problémami, na ktoré natrafia v Rytierskej akadémii. Popri počítaní nových úloh si môžete rozhybať vaše matematické svaly pri čítaní týchto vzorových riešení.

Ešte vás chceme poprosiť, aby ste poctivo vypĺňali celú hlavičku na každé jedno riešenie. Značne nám to pomôže pri organizácii. Nezabudnite, že všetko o SEZAMKe nájdete aj na stránke [www.sezam.sk](http://www.sezam.sk)

Veľa úspechov v druhej sérii vám želajú organizátori SEZAMKa.

### Príklad č. 1 (opravovali Ninka Benková a Ondro Belan)

Na začiatok si sedadlá v koči označíme od 1 do 6 (tak ako na obrázku), aby sme mohli presne povedať, kto bude kde sedieť.

1	2	3
dvere		
4	5	6

Zo zadania si odvodíme, kde môže každý pasažier sedieť. Minerva môže sedieť iba na sedadlách v smere jazdy (4, 5 a 6), Porthos odmieta sedieť pri dverách, takže môže sedieť iba na sedadlách 1, 2, 4 a 5. Athena môže sedieť všade. Nakoniec ešte vieme, že Athena a Porthos chcú sedieť vedľa seba. Možnosti si rozdelíme do dvoch skupín, podľa toho, či Athena a Porthos sedia obaja v protismere jazdy alebo v smere jazdy.

Ak sedia v protismere, tak Porthos môže sedieť na sedadlách 1 alebo 2. Ak sedí na sedadle 1, Athena musí sedieť na sedadle 2. Ak sedí na sedadle 2, Athena môže sedieť na sedadlách 1 alebo 3. To sú tri možnosti. Pričom pre každú z týchto možností môže Minerva sedieť na troch rôznych sedadlách, takže dostávame dokopy  $3 + 3 + 3 = 9$  možností.

Ak sedia v smere jazdy, tak Porthos môže sedieť na sedadlách 4 alebo 5. Ak sedí na sedadle 4, Athena musí sedieť na sedadle 5 a Minerva nezostáva nič iné ako sedieť na sedadle 6. Ak Porthos sedí na sedadle 5, tak Athena môže sedieť na sedadlách 4 alebo 6, pričom v oboch možnostiach si Minerva sadne na zostávajúce sedadlo v smere jazdy. V tomto prípade tak dostávame ďalšie 3 možnosti. Spolu je teda všetkých možností  $9 + 3 = 12$ .

**Athena, Porthos a ich babička Minerva si vedia v koči posadať 12 spôsobmi.**

### Príklad č. 2 (opravovali Anežka Pajúnková a Maťka Kudelčíková)

Väčšine z vás nerobilo problém zistiť koľko striebornej rudy získa každý z bratov. Keďže na pozemku je dokopy  $3 + 5 + 8 + 4 + 6 + 7 + 9 + 2 = 44$  striebornej rudy a bratia sú štyria, každý z nich dostane  $44 : 4 = 11$  striebornej rudy. Potom ste si všimli, že je 8 štvorčekov s rudami, čiže ste chceli dať každému bratovi  $8 : 4 = 2$  štvorčeky so striebornými rudami. Inak povedané hľadali ste dve čísla, ktoré dávajú výsledok 11. Čiže ste dostali takéto dvojice striebornej rudy: 3 a 8, 5 a 6, 4 a 7, 9 a 2.

		3	
5	8	4	
	6	9	7
	2		

Políčka bez striebornej rudy sme mohli rozdeliť medzi bratov rôznymi spôsobmi a preto bolo viacero možností ako pozemok spravodlivo rozdeliť medzi štyroch bratov. Dve možné rozdelenia sú takéto.

		3	
5	8	4	
	6	9	7
	2		

		3	
5	8	4	
	6	9	7
	2		

Niektorí z vás našli ešte ďalšie riešenia. O ich správnosti vás necháme rozhodnúť samých. Nám sa zdajú byť správne. A čo vám? K úplnému riešeniu stačili prvé dve rozdelnia.

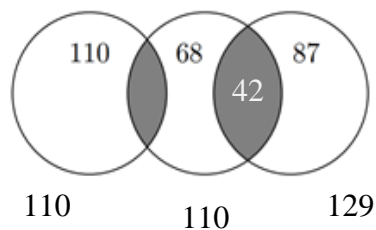
		3	
5	8	4	
	6	9	7
	2		

		3	
5	8	4	
	6	9	6
	2		

### Príklad č. 3 (opravovali Štefka Glevitzká a Robka Juríková)

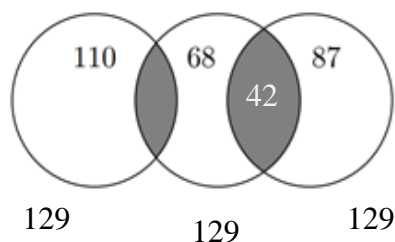
Máme 3 ohrady, z nich sa prekrýva prvá s druhou a druhá s treťou. Do týchto prekryvov chceme doplniť kone tak, aby ich bolo vo všetkých ohradách rovnako. S koňmi, ktoré sú už v ohradách nehýbeme.

Najskôr sa pozrime na ľavú a strednú ohradu a pokúsme sa o to, aby v nich bolo rovnako koní. Keď pridáme nejaké kone do ľavej sivej časti, budú patriť aj ľavej aj strednej ohrade. Tak sa v oboch zvýši počet koní o rovnakú hodnotu. Takto teda nedocielime vyrovnanie počtu koní v ohradách. Pozrime sa na pravú sivú časť. Tá patrí iba strednej ohrade, tej ľavej nie. Preto keď do nej pridáme kone, v strednej ohrade počet stúpne a v ľavej sa nezmení. Takže aby sme počty vyrovnali, dáme do nej rozdiel ľavej a strednej ohrady, čo je  $110 - 68 = 42$ . Super, v ľavej a strednej ohrade máme rovnako veľa koní.



Teraz sa pozrime na strednú a pravú ohradu. Je to veľmi podobné ako keď sme sa pozerali na ľavú a strednú ohradu. Obe (stredná aj pravá) majú spoločnú pravú sivú časť. Preto keď do nej pridáme kone, ich rozdiel sa nezmení. Čiže kone treba pridať do ľavej sivej časti. Tá ovplyvní len strednú ohradu. Rozdiel pravej a strednej ohrady je  $129 - 91 = 19$ , takže do ľavej sivej časti pridáme 19 koní. Všimnime si, na začiatku bolo v ohradách 87 a 68 koní, ich rozdiel bol  $87 - 68 = 19$ . Teda po pridaní 42 koní sa nezmenil.

Pre kontrolu, v ľavej ohrade je  $110+19=129$  koní, v strednej  $19+68+42=129$  koní a v pravej  $87+42=129$  koní.



### Poznámka k riešeniu:

Samozrejme, existuje viacero postupov, ako tento príklad riešiť. Napríklad, po tom, čo sme doplnili 42 do pravej sivej časti sme sa mohli pozrieť na ľavú a pravú ohradu. Tie nemajú nič spoločné. V pravej už je 129 a v ľavej 110, preto aby sme počty vyrovnali, do ľavej sivej časti sme dali ich rozdiel, čo je  $129 - 110 = 19$ . Alebo sa na začiatku môžeme pozrieť na strednú a pravú ohradu.

Alebo niektorí z našich šikovných riešiteľov postupovali tak, že najskôr do pravej sivej časti doplnili kone tak, aby ich bolo v ľavej a pravej ohrade rovnako. Čiže doplnili  $110 - 87 = 23$ . Potom môžeme do oboch sivých častí pridávať po 1 koňovi, kým v strednej ohrade nebude rovnako ako na krajných. Tým doplníme ešte po 19 koní. Alebo po pridaní 23 koní sme mohli spraviť tú istú úvahu ako pri prvom riešení a pozrieť sa na strednú ohradu a jednu z krajných, napríklad ľavú. Ľavú sivú časť majú spoločnú, teda na vyrovnanie treba pridať ich rozdiel do pravej. Takže  $110 - 91 = 19$  koní pridáme do pravej sivej časti ku 23 koňom, ktoré tam už sú. Rovnako v pravej časti bolo 110 koní (teraz už  $110 + 19 = 129$ ) a v strednej 91 (teraz 110), takže aj do ľavej sivej časti dáme 19 koní. Teda vo všetkých ohradách bude 129 koní.

### **Príklad č. 4 (opravovali Timka Jakubócyová a Kika Kovalčíková)**

Najväčší problém v tejto úlohe bolo uvedomiť si, čo všetko môžu rytieri pri preprave urobiť a čo nie. Väčšina z vás začala tým, že jeden z rytierov (nazvime ho R1) aj so svojimi truhlicami (T1 a T1) prejde v loдке na druhý breh, a potom sa vráti sám ku ostatným rytierom. Čo môžu urobiť teraz?

Jedna z možností je, že do loďky nastúpi jeden rytier so svojimi truhlicami (napríklad R2, T2 a T2). Tu je ale ten problém, že ak dopláva na druhý breh, nájde tam aj truhlice prvého rytiera. A to rytieri nechcú. Takže takto sa preplaviť nesmú.

Druhá možnosť je, že do loďky nastúpia dvaja rytieri s truhlicou. Keď chvíľku porozmýšľame, zistíme, že ani toto nie je dobrá voľba. Znamenalo by to totiž, že aspoň jedna zo troch zostávajúcich truhlíc na prvom brehu je s cudzím rytierom.

Jediná možnosť, ktorou sa dá rozumne pokračovať, je tá, kde do loďky nastúpia všetci traja rytieri a prevezú sa na druhý breh. Podobným spôsobom treba hľadať možnosti aj ďalej, v každom kroku treba rozobrať ako všelijako sa rytieri môžu preplaviť. Jedno z riešení je znázornené v tabuľke.

R1 T1 T1	R2 T2 T2	R3 T3 T3		
R2 T2 T2	R3 T3 T3		→ R1 T1 T1 →	
R2 T2 T2	R3 T3 T3		← R1 ←	T1 T1
T2 T2	T3 T3		→ R1 R2 R3 →	T1 T1
T2 T2	T3 T3		← R2 R3 ←	R1 T1 T1
R2 T2 T2			→ R3 T3 T3 →	R1 T1 T1
R2 T2 T2			← R1 R3 ←	T1 T1 T3 T3
T2 T2			→ R1 R2 R3 →	T1 T1 T3 T3
T2 T2			← R2 ←	R1 T1 T1 R3 T3 T3
			→ R2 T2 T2 →	R1 T1 T1 R3 T3 T3
				R1 T1 T1 R2 T2 T2 R3 T3 T3