

S E Z A M , Školský rok 2021/2022, 2. letná séria



Ahojte kamaráti!

V mestečku San Euler panuje výborná nálada. Domorodí matematici sa postarali o krásny ohňostroj a šerifa Bernta Bolzána naučili mnoho vecí. Po privítaní Nového roka sa všetci snažia čo najlepšie pripraviť na jeho pokračovanie.

Všetci obyvatelia tohto nezvyčajného mestečka si robili plány do nového roka. Bernt mal len jediný plán a to, aby bol tento rok a každý ďalší veselší a šťastnejší ako predošlý. Šerif bol však veľmi poverčivý.

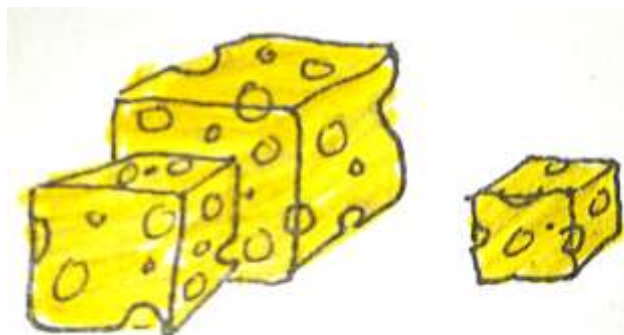
Úloha 1:

Jeho najneoblúbenejší deň bol piatok 13. v ľubovoľnom mesiaci roku. Keď bol niekedy piatok 13., Berntovi sa vždy niečo nepríjemné udialo. Zamyslel sa preto, koľko najviac takýchto nepríjemných dní v rámci jedného roku môže byť. Vzal si svoj kalendár a začal v ňom listovať. Pri priestupnom roku si piatky spočítal, no nevedel si dať rady s tými nepriestupnými. Pomôžete mu? **Zistite, koľko najviac piatkov trinásteho môže byť v jednom nepriestupnom roku. Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.**

So starým rokom odišli aj domorodí matematici a ďalší návštevníci nazad domov a bolo po nich treba odpratáť prázdne postele. Šerif vymyslel, že ich naskladá do prázdneho skladiska na kraji mesta. No skladisko bolo veľmi malé, preto musel byť kreatívny.

Úloha 2:

14 postelí poukladal v skladisku na seba do tvaru pyramídy. Spodné poschodie tvorilo 3x3 postelí, na ňom je poschodie s 2x2 posteľami a na vrchu je 1 posteľ. Každá posteľ váži 200 kg a má 4 nohy. Postele boli na sebe poukladané tak, že každá posteľ je položená na 4 posteliach pod ňou a na každej z nich má jednu nohu. Týmto spôsobom je váha každej postele rovnomerne rozložená na 4 nohy a teda aj 4 postele pod ňou. Vieme tiež, že každá noha unesie záťaž najviac 200 kg. Keďže sklad bola relatívne vysoký, Bernt chcel ešte na vrchnú posteľ odložiť nejaké zásoby. No nechcel postele zničiť a uložiť na ne viac ako nohy unesú. Rozmýšľal preto, akú záťaž ešte môže na vrchnú posteľ pridať, aby to pyramída zvládla. Vymyslíte to aj vy? **Zistite, koľko najviac kilogramov záťaže na vrchnej posteli ešte pyramída unesie pri daných podmienkach. Svoje tvrdenie poriadne odôvodnite, aby sme postele neponičili.**



Ukladanie postelí Bernta inšpirovalo a išiel sa s ním pochváliť Jamesovi. Ten ale nemal čas. Predaj plesnivých syrov jeho rodine veľa vynášal, tak začali expandovať a jedlo už aj rozvážali. James práve dostal veľkú objednávku, s ktorou potreboval pomôcť.

Úloha 3:

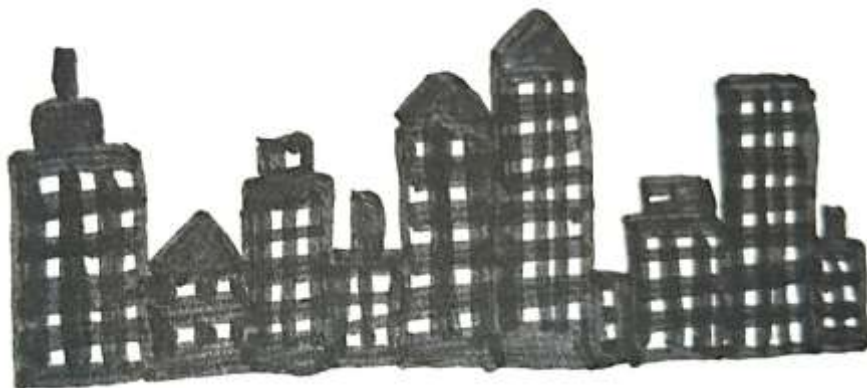
Objednávka bola na 27 syrov. Syry rozvážal vo farebných rovnako veľkých obaloch v tvare kocky. Aby boli navonok zaujímavé, každá kocka bola označená niektorým číslom od 0 do 8 a každé číslo malo svoju prídelenú farbu. Keď syry vložili do krabíc, Bernt vyšiel von so svojím nápadom.

Krabice z celej objednávky naukladajú na voz do tvaru jednej veľkej kocky. Aby to pre nich bolo zábavnejšie, rozhodli sa ich poukladať tak, aby súčet čísel každej trojice kociek ležiacej na jednej priamke a dotýkajúcej sa stenami bol iný. (Trojice malých kociek museli teda tvoriť buď riadok alebo stĺpec veľkej kocky, žiadne iné, šikmé trojice ich nezaujímali). Pomôžete im objednávku takto pekne nakombinovať? **Poradte Jamesovi a Berntovi ako vybrať a potom naukladať kocky tak, aby súčet čísel označujúcich tri kocky v každom stĺpci alebo riadku bol iný. Svoje riešenie poriadne popíšte a zdôvodnite.**

Po takto náročnom dni sa Bernt rozhodol poprechádzať a skontrolovať pri tom ochranu mestečka..

Úloha 4:

Bernt sa vždy prechádza po okraji mestečka po dráhe tvaru štvorca. Rohy tohto štvorca tvorili 4 strážne veže označené podľa svetovej strany, ktorú chránili, postupne veľkými červenými písmenami W, S, E a N. Svoju prechádzku vždy začínal pri západnej veži W, a keď sa k nej počas prechádzky vrátil, išiel rovno domov a prechádzka skončila. Aby sa stále neprechádzal rovnako, priebeh prechádzky si určoval náhodne. Pri každej



veži, u ktorej stál, si hodil mincou a podľa výsledku pokračoval ďalej. Ak padla hlava, šiel ku ďalšej veži v smere hodinových ručičiek, a ak padol orol, šiel k najbližšej veži proti smeru hodinových ručičiek. Susedné veže sú pri tom od seba vzdialené 1 km. **Skúste zistiť, aké dlhé budú Berntove prechádzky, a ako často budú mať niektorú z možných dĺžok. Ak neviete ako začať, skúste si aj vy s pomocou mince podobnú prechádzku vyskúšať. Svoju odpoveď čo najlepšie odôvodnite, nech Bernt vie, koľko sa nachodí.**

Na vaše riešenia sa spolu so šerifom Bolzanom a jeho koňom Leonardom tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM.

Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude napísaná vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 0,75 €**), posielajte najneskôr **4. apríla 2022** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

*Riešenia nám píšete na samostatné papiere veľkosti A4 s vyplnenou hlavičkou podľa pokynov.
Pokiaľ ste tak ešte neurobili, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na [sezam.sk/prihlaska](https://www.sezam.sk/prihlaska).*

Pokiaľ máte z vážnych dôvodov problém s posielaním papierovej pošty, riešenia nám môžete odovzdať elektronicky vo formáte pdf.

(Pridávate nám tým ale prácu, nakoľko spiatocné obálky musíme vypisovať sami.)

Pokyny ako pri odovzdávaní postupovať nájdete na adrese <https://www.sezam.sk/ako-odovzdat-riesenia-elektronicky/>