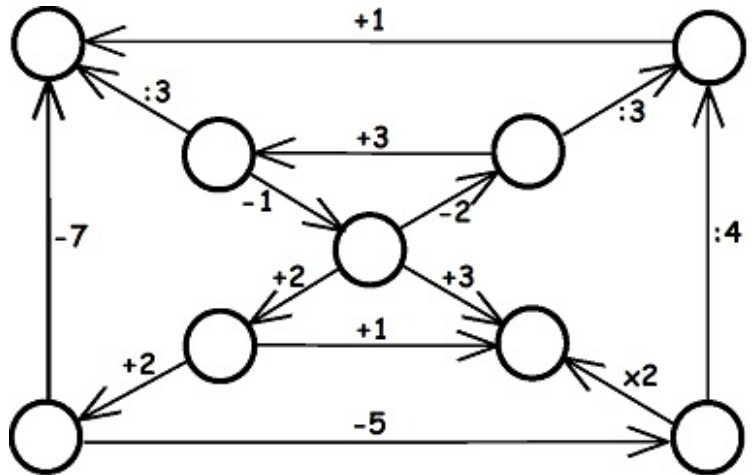


S E Z A M , Školský rok 2013/2014, 1. zimná séria

More sa už takmer upokojilo, iba niekoľko vín sa kde-tu roztrieštilo na koralovom útese. Taká búrka sa cez súostrovie Logopágy veru nepreženie každý deň! A veru si aj vypýtala svoju daň. Na koralových útesoch sa počas víchrice neroztiešili iba vlny, ale aj nádherná obchodná loď slovenského loďstva. A na brehu ostrova ležal nehybne jej kapitán Gustáv Guliver. Hlúčik domorodcov sa snažil prebrať ho k životu a za palmami už húkala sanitka.

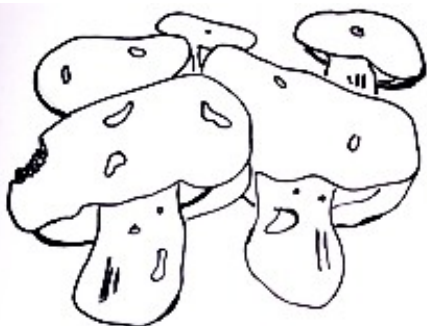
1. úloha (pre 5.,6.,príma): Hneď ako sanitka dorazila, vyskočil z nej mladý doktor. Bol to jeho prvý výjazd a kvôli stresu zabudol, z ktorej nemocnice prišiel. Gustáv s námahou otvoril jedno oko, aby videl, čo sa okolo neho deje. Práve vtedy lekár vytiahol z vrečka čudernú mapu a začal vysvetľovať domorodcom: "V meste je dokopy 9 nemocníc a všetky sú nakreslené ako krúžky na tejto mape. Iba naša má vybavenie na príjem exotických pacientov. Do krúžkov v mape treba doplniť čísla 1 až 9, každú presne jedenkrát, aby všetky číselné operácie sedeli. Naša nemocnica je tam, kde je číslo 8." Slečna s logaritmickým pravítkom v kabelke si vytiahla ceruzku a rýchlo zistila, kam treba nasmerovať sanitku.



Vedeli by ste to aj vy? Doplníte do mapy číslice 1 až 9 tak, aby všetky operácie sedeli, a nájdite nemocnicu s číslom 8 pre Gustáva! Nezabudnite vysvetliť, ako ste na svoje riešenie prišli.

2. úloha (pre 5.,6.,7.,príma, sekunda): Keď sanitka doviezla Gustáva do nemocnice, ihneď ho prezrel primár. Po dôkladnej prehliadke konštatoval 4 modriny, rozbité koleno, odretý lakeť a dočasnú stratu pamäte. Pre istotu si ho ale nechali na pozorovanie. Aby sa na izbe nenudil, sestrička mu priniesla veľa rovnakých kociek a lep. Gustáv ich postupne bral a zlepil z nich jednu veľkú kocku. Neboli v nej žiadne dutiny a diery, celá bola vyplnená. A lepil poriadne, každá malá kocka bola prilepená ku všetkým susedným, s ktorými mala spoločnú stenu. Keď bol hotový, spočítal všetky také malé kocky, ktoré boli prilepené presne zo štyroch strán k štyrom susedným kockám. Bolo ich 96. Potom chcel spočítať, koľko je takých kociek, ktoré sú prilepené k piatim susedným kockám. Ale v tom momente mu sestrička všetko zobrala a odniesla inému pacientovi. Gustáv však nad tým rozmýšľal aj naďalej.

Pomôžete mu? Zistite, koľko je vo veľkej kocke takých malých kociek, ktoré sú zlepené stenami s piatimi susednými kockami. Vieme pritom, že vo veľkej kocke je 96 kociek, ktoré stenami susedia so štyrmi kockami. Svoje riešenie dôkladne vysvetlite.



3. úloha (pre všetky ročníky): Pobyt v nemocnici, kam Gustáva zanesla sanitka, nakoniec dopadol prekvapivo dobre. Počas návštevných hodín ho dokonca prišli navštíviť jeho záchrancovia, ktorí ho našli na pláži - slečna s logaritmickým pravítkom, ktorá sa volala Adela, a jej mladší brat Jonatán. Gustáv sa vďaka nim dozvedel, že stroskotal na ostrove matematikov. Dôkazom toho bol aj príbeh, ktorý mu porozprávali. Jonatán začal: "Minulú sobotu sme boli na hubách. Boli sme siedmi a každý z nás nazbieral iný počet húb. Ja som nazbieral najviac, Igor bol druhý, Adela tretia, Veronika štvrtá, Matúš piaty, Ivan šiesty a Zuzka siedma. Spolu sme nazbierali 100 húb." Adela ho doplnila: "Ja s Igorom a Jonatánom sme nazbierali 49 húb." Gustáv chvíľu počítal, a potom povedal: "Tárate. Vy ste museli nazbierať viac ako 49 húb."

Kto mal pravdu? Koľko najmenej húb mohli nazbierať Jonatán spolu s Adelou a Igorom? Nezabudnite svoje riešenie dobre vysvetliť.

4. úloha (pre všetky ročníky): Keď Gustáva prepustili z nemocnice, jeho prvé kroky viedli k vraku jeho lode na koralovom útese. Adela a Jonatán išli samozrejme s ním. Z kapitánskej kajuty sa mu podarilo vytiahnuť lodný trezor. Na jeho otvorenie bolo treba poznať 6-ciferný kód. Ibaže ten Gustáv zabudol po náraze do hlavy počas búrky. Pamätal si o kóde iba niekoľko drobností:

1. Kód sa skladá len z čísiel 1 až 9, teda 0 neobsahuje
2. Je to celé 6-číferné číslo deliteľné 5, ale nie je deliteľné 2
3. Všetky cifry sú rôzne
4. Štvrtá cifra je o 4 väčšia ako piata cifra
5. Druhá cifra je najväčšia
6. Prvé trojčíslenie sa od druhého líši o 444 (napr. v kóde 213465 sa trojčíslenie 213 líši od trojčíslenia 465 o 252, lebo 465 je o 252 väčšie ako 213, v kóde 777333 sa 777 líši o 444 od 333)

Jonatán si požičal Adelinu ceruzku a na Gustávovo prekvapenie bol trezor o chvíľu otvorený.

Vedeli by ste aj vy zistiť s pomocou toho, čo si Gustáv zapamätal o svojom trezore, akým kódom ho treba otvoriť? Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.



5. úloha (pre 7.,8.,9.,sekunda,tercia,kvarta): Po prehliadke vraku Gustáv dostal chuť spoznať ostrov bližšie. Jonatán a Adela mu poukazovali všetky výnimočné miesta. Medzi nimi nechýbala ani socha večnej slávy matematikom. Zobrazovala Pythagora lámajúceho kalkulačku na kolene. Na piedestáli sochy bolo vyobrazených nasledujúcich šesť rovností (tri v stĺpci a tri v riadku). A pod nimi bol ešte nápis: "Ak nahradíš rovnaké písmená rovnakými číslicami a rôzne písmená rôznymi číslicami od 0 po 9 tak, aby platilo všetkých 6 rovností, svojou múdrosťou presiahneš aj samotného Pythagora". Adela žmurkla na Gustáva a pošepla mu: "Ibaže Pythagoras nevedel, že za E treba dosadiť 6." A tak sa Gustáv pustil do riešenia hlavolamu, na večnú slávu matematikom.

$$\begin{array}{r}
 \text{G K A K} - \text{E H K} = \text{G F E C} \\
 - \quad \quad + \quad \quad - \\
 \text{E D G} + \text{G J J} = \text{H F E} \\
 \hline
 \text{G F D H} - \text{H A A} = \text{A B A}
 \end{array}$$

Zvládli by ste aj vy vyriešiť Pythagorov hlavolam? Dosadzte za písmená v hlavolame číslice 0 - 9 tak, aby bolo každé písmeno nahradené inou číslicou, a aby platilo všetkých šesť rovností. Nezabudnite, že písmeno E má byť nahradené číslicou 6. Postup svojho riešenia dôkladne vysvetlite.

6. úloha (pre 8.,9.,tercia,kvarta): Gustáv sotva stihol dopočítať hlavolam, keď zbadal, ako sa k nim približujú traja piráti. Boli zvedaví, lebo sa dopočuli, že nedávno stroskotal na ich ostrove cudzinec. Gustáv sa najprv trochu bál, ale piráti Xaver, Yves a Zoro boli veľmi slušní. Okrem iného mu porozprávali aj o svojich bojových zraneniach. Postupne povedali 6 viet:



Xaver: „Yves má dve oči“

Xaver: „Spolu máme 2 oči“

Yves: „Zoro má dve oči“

Yves: „Spolu máme 3 oči“

Zoro: „Xaver má dve oči“

Zoro: „Spolu máme 4 oči“

Gustáv si uvedomil, že každý pirát zaklamal presne toľkokrát, koľko má očí.

Vedeli by ste takto zistiť, ktorému pirátovi zostalo koľko očí? Nezabudnite vysvetliť postup, ako ste na to prišli.

Na vaše riešenia sa spolu s kapitánom Guliverom tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali. Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,60 €), posielajte najneskôr do 14. októbra 2013 na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM.

*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*