

SEZAMKO 2010/2011, Vzorové riešenia 1. série letnej časti

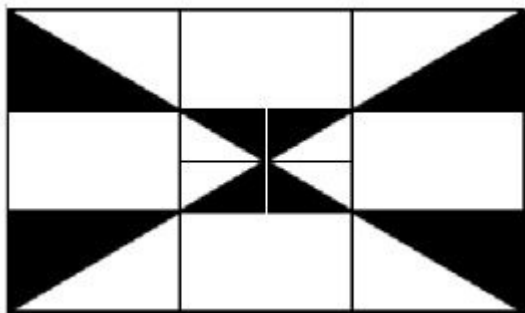
Milí riešitelia,

opäť nám prišla obrovská kopa pekných riešení. Šiestich pátračov ste svojimi riešeniami opäť veľmi potešili. Netreba však nič nechať na náhodu a ďalej trénovať svoje matematické bunky. K tomu vám isto pomôžu tieto vzorové riešenia, hlavne ak si ich poriadne preštudujete.

Ešte malá prosba – skúste si v poradí skontrolovať svoje údaje. Pokiaľ sú náhodou nesprávne, dajte nám o tom spolu s ďalšou sériou vedieť. Nezabudnite poriadne vyplňať hlavičky na riešeniach a posielat' nám aj vypísané obálky, aby opravené riešenia spolu s novými zadaniami dorazili na správnu adresu.

Veľa úspechov v druhej sérii vám želajú šiesti pátrači a organizátori.

Úloha 1 (opravoval Didi Hudec)



Podľa obrázku má čokoláda spolu 9 rovnakých dielikov, a vieme, že tie vážia spolu 144 gramov. **Jeden dielik teda váži $144 : 9 = 16$ gramov.** Chceme zistiť, akú časť tvorí biela čokoláda.

Vidíme, že 4 dieliky sú celé biele. Ďalšie štyri dieliky v rohoch sú rozdelené uhlopriečkou na dva rovnaké trojuholníky – polovica dielika je teda biela a druhá polovica čierna. **Spolu máme už 4 celé biele dieliky a 4 dieliky s polovicou čokolády bielou** (to je vlastne toľko ako 2 celé dieliky).

Ostal nám už iba ten stredný kúsok. Dokreslíme si dve čiary ako na obrázku, obe prechádzajú stredom. Rozdelia nám dielik na 4 menšie obdĺžniky a každý z nich je uhlopriečkou rozdelený na bielu a čiernu polovicu. **Znovu je teda polovica dielika biela.** Keď to všetko spočítame, dostaneme 6,5 dielikov bielej čokolády. Tie spolu vážia $6,5 \times 16 = 104$ gramov.

Biela časť čokolády váži 104 gramov.

Úloha 2 (opravovala Ajka Bachratá)

Na začiatku Emil rozmiestnil zápalky pre Danku na tri kôpky, na prvú kôpku dal 11z, na druhú 7 a na poslednú 6 – zapíšeme si to skráteno takto (11,7,6). Aj my budeme začínať s týmito kôpkami. Okrem toho, si treba poriadne prečítať zadanie a uvedomiť si čo znamená nasledovná veta: „z jednej kôpky môžete presunúť len toľko zápaliek, koľko je na tej kôpke, na ktorú ich presúvate“.

Skúsime teraz podľa tohto návodu presunúť niektoré zápalky.

V **prvom ťahu** si môžeme vybrať z troch možností:

1. Presunieme z 1. kôpky (s 11 zápalkami) 7 zápaliek na 2. kôpku (so 7 zápalkami).
Z kôpok (11,7,6) vzniknú kôpky (4,14,6).
2. Presunieme z 1. kôpky (s 11 zápalkami) 6 zápaliek na 3. kôpku (so 6 zápalkami).
Z kôpok (11,7,6) vzniknú kôpky (5,7,12).
3. Presunieme z 2. kôpky (so 7 zápalkami) 6 zápaliek na 3. kôpku (so 6 zápalkami).
Z kôpok (11,7,6) vzniknú kôpky (11,1,12).

Ktorú z týchto možností si vybrať? Mohli by sme vyskúšať všetky a potom aj v ďalších ťahoch skúšať všetky možnosti, alebo sa môžeme najskôr zamyslieť.

Na konci chceme mať tri kôpky s 8 zápalkami. Kôpku s 8 zápalkami dostaneme najľahšie tak, že budeme mať kôpku so 4 zápalkami a presunieme na ňu ďalšie 4 zápalky (dalo by sa to aj tak, že z nejakej väčšej kôpky odoberieme vhodný počet zápaliek, ale to by bolo zložitejšie). Kôpku so 4 zápalkami opäť dostaneme najľahšie tak, že budeme mať kôpku s 2 zápalkami a presunieme na ňu ďalšie 2 zápalky. No a nakoniec kôpku s 2 zápalkami dostaneme najľahšie tak, že budeme mať kôpku s 1 zápalkou a presunieme na ňu ďalšiu zápalku z niektorej inej kôpky. Takže ak sa nám podarí mať kôpku s 1, 2 alebo 4 zápalkami, tak už vieme vyrobiť aj kôpku s 8 zápalkami.

Teraz sa vráťme k nášmu **prvému ťahu**. V prvej možnosti sme vyrobili kôpku so 4 zápalkami (4,14,6).

Presuňme teraz 4 zápalky z 2. kôpky na 1. kôpku, aby sme mali na 1. kôpke 8 zápaliek. Dostaneme (8,10,6). S 1. kôpkou už nebudeme nič robiť. Ostali nám už len dve kôpky, tak budeme presúvať medzi nimi (vždy bude len jedna možnosť ako). Najprv z 2. kôpky na 3. presunieme 6 zápaliek - dostaneme (8,4,12). A nakoniec z 3. kôpky na 2. presunieme 4 zápalky a dostaneme (8,8,8).

Podobne sa dalo postupovať aj pri tretej možnosti, kde sme dostali kôpku s 1 zápalkou (11,1,12). Vyrobíme z tej jednej zápalky 2, potom 4 a nakoniec 8. Presunieme z 1. kôpky na 2. kôpku jednu zápalku - (10,2,12). Z 1. kôpky na 2. kôpku 2 zápalky - (8,4,12) - tu sme náhodou získali 8 zápaliek na prvej kôpke. Tomu sme len radi a môžeme si ju nechať, ešte ale dokončíme aj druhú kôpku - presunieme z 3. kôpky na 2. kôpku 4 zápalky a dostaneme (8,8,8).

Ukázali sme si dva spôsoby, ktorými mohla Danka vyhrať. Našli ste aj niekoľko ďalších a tie boli väčšinou tiež správne. A ukázali sme si aj prečo sa oplatilo postupovať takto.

Úloha 3 (opravovala Denisa Múthová)

Filipov vláčik má 2 lokomotívy a 3 vagóny a treba ho namaľovať. Môžeme použiť 3 rôzne farby: tmavomodrú (T), modrú(M) a belasú(B). Vláčik maľujeme tak, aby spredu aj zozadu vyzeral rovnako. Čo to znamená? Znamená to, že obe lokomotívy musia mať rovnakú farbu, a prvý a tretí vagón tiež. Iba stredný vagón môže mať hocikedy hociktorú z troch farieb.

Pri použití iba jednej farby máme tri možnosti:

TTTTT , MMMMM, BBBBB

Pri použití dvoch rôznych farieb napríklad tmavomodrej a modrej:

TTMTT, TMTMT, TMMMT, MMTMM, MTMTM, MTTTM

A to isté bude pri použití modrej a belasej, tmavomodrej a belasej, čo je spolu $3 \cdot 6 = 18$ možností.

Pri použití troch rôznych farieb, ak začnem s tmavomodrou:

TMBMT, TBMBT

Ak začnem s modrou, to sú ďalšie dve možnosti, ak s belasou tak tiež dve možnosti.

Dokopy je to 6 možností.

Všetkých možností je $3+18+6=27$.

Iné možnosti sme vylúčili práve vďaka tomu, že vláčik musí spredu aj zozadu vyzeráť rovnako.

Úloha 4 (opravoval Maťo Bachratý)

Pozrime sa najskôr, ako je na tom František teraz, potom čo mu jeho pes zjedol 4 ponožky. Má teda k dispozícii tri ponožky s číslom 1, tri ponožky s číslom 2, tri ponožky s číslom 3 a tri ponožky s číslom 4. Našou úlohou je zistiť, či môže týchto ponožiek 12 ponožiek nosiť šesť dní tak, aby mal každý deň súčet čísel na ponožkách rôzny. Po chvíli skúšania prideme na to, že vyhovuje napríklad takéto popárovanie:

Prvý deň: ponožky s číslami 1 a 1; druhý deň: ponožky s číslami 1 a 2;
tretí deň: ponožky s číslami 2 a 2; štvrtý deň: ponožky s číslami 3 a 3;
piaty deň: ponožky s číslami 3 a 4; šiesty deň: ponožky s číslami 4 a 4.

Vidíme, že František môže nosiť ponožky takýmto spôsobom – každú ponožku použije práve raz, a každý deň bude mať iný súčet čísel na ponožkách (sú to súčty 2, 3, 4, 6, 7, 8). S touto časťou úlohy ste si väčšinou ľahko poradili, stačilo si dávať pozor a neurobiť chyby pri sčítaní.

Podme teraz, zistiť, ako by to bolo, keby Františekovi ostali všetky ponožky. Mal by teda 16 ponožiek a chcel by ich nosiť 8 dní. Po niekoľkých pokusoch popárovať 16 ponožiek, to začne vyzeráť tak, že to asi nepôjde. Vždy totiž víde niektorý súčet dvakrát. Prečo to tak je? Nie je to len náhoda? Čo to pri nejakom inom popárovaní víde? Pozrime sa teraz na to, **aké rôzne súčty môže František dostať**. Z prvej časti vieme, že môže dostať súčty 2, 3, 4, 6, 7, 8, taktiež vie dostať aj súčet 5 (napríklad, keď si vezme ponožky s číslami 2 a 3). **Najmenší súčet aký môže dostať je 2** (ak si vezme dve ponožky s číslom 1). Naopak **najvyšší možný súčet, aký môže dostať je 8** (ak si vezme dve ponožky s číslom 8). Tým pádom **rôznych súčtov, ktoré môže František dostať, je sedem** – sú to súčty 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8.

Nech sa teda bude snažiť hocijako, tak osem dní za sebou nemôže mať súčet čísel na ponožkách každý deň iný, lebo počet rôznych súčtov (7) je menší ako počet dní (8).