

SEZAMKO 2011/2012, Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Milí riešitelia,

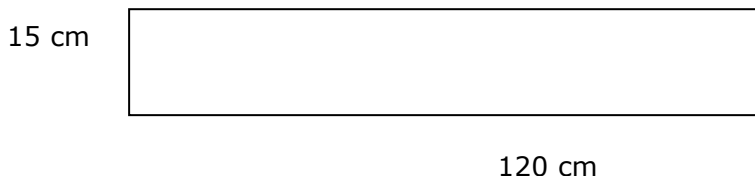
opäť nám prišla kopa zaujímavých riešení. Jonatána vaša pomoc veľmi potešila. Netreba však nič nechať na náhodu a treba naďalej namáhať svoje matematické svaly. K tomu vám isto pomôžu tieto vzorové riešenia, hlavne ak si ich poriadne prečítate.

Ešte jedna malá prosba – skúste si v poradí skontrolovať svoje údaje. Pokiaľ sú náhodou nesprávne, dajte nám o tom spolu s ďalšou sériou vedieť. Nezabudnite poriadne vyplňať hlavičky na riešeniach a posilať nám aj vypísané obálky, aby opravené riešenia spolu s novými zadaniami dorazili na správnu adresu.

Veľa úspechov v druhej sérii vám želá vlakový personál a organizátori SEZAMKa.

Úloha 1 (opravovala Betka Bohiníková)

Vieme, že babička uplietla prvý šál z jedného kľbka vlny. Tento šál bol 15 cm široký a 120 cm dlhý. Nakreslime si ako vyzeral:



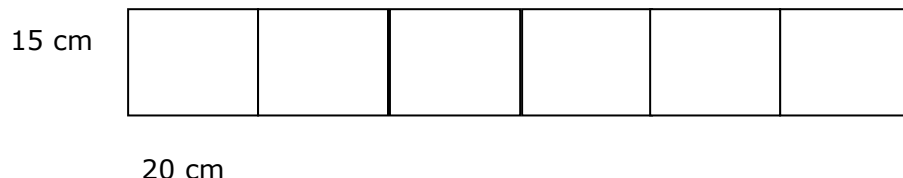
Jeho obsah vypočítame ako súčin šírky s dĺžkou. V našom prípade to bude $15 \times 120 = 1800 \text{ cm}^2$.

Na druhý šál chce babička použiť až dve kľbká, takže vieme, že od prvého pláštá bude dvakrát väčší. Jeho obsah teda bude $2 \times 1800 \text{ cm}^2 = 3600 \text{ cm}^2$. Tento obsah vieme vypočítať aj ako súčin šírky a dĺžky. Zatiaľ poznáme iba šírku vnučkinho šálu, čo je 20 cm. Označme si jeho dĺžku, ktorú zatiaľ nepoznáme, ako d . Potom pre obsah bude platiť $3600 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm} \times d \text{ cm}$.

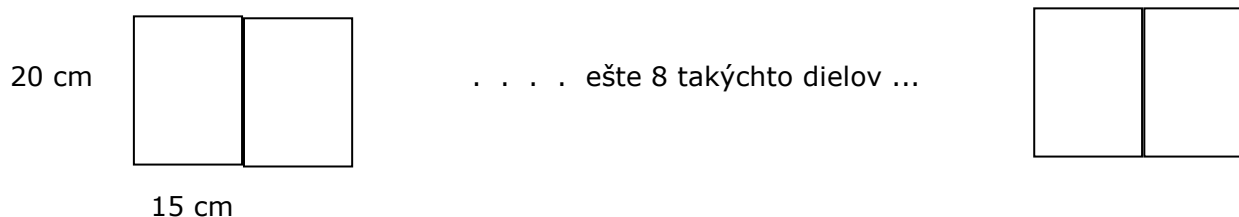
Teda dĺžka vnučkinho šálu bude $d = 180 \text{ cm}$.

Väčšina z vás zráta takýmto spôsobom. Avšak našli sa aj iné, veľmi originálne riešenia. Napríklad toto bolo veľmi pekné.

Nakreslime si šál a rozdelme ho na šesť rovnakých dielov $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$.



Keďže pri pletení vnučkinho šálu použijeme dve kľbká, tak máme dvakrát viac dielov. Teraz ich už iba správne poukladáme, a vnučkin šál bude vyzeráť nasledovne. Je zložený z 12 dielov $15 \times 20 \text{ cm}$.



Vidíme, že jeho šírka je 20 cm a dĺžka $15 \text{ cm} \times 12 = 180 \text{ cm}$.

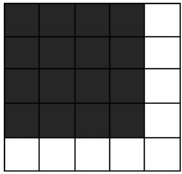
Úloha 2 (opravovala Kaťa Jasenčáková)

Chceme nájsť najmenšie digitálne číslo z 11 paličiek. Tak začneme postupne skúšať jednociferné čísla. Zistíme však, že všetky majú menej paličiek. Takže hľadané číslo bude aspoň dvojciferné. Niektorí z vás pokračovali v skúšaní všetkých čísel, až kým neprišli k výsledku. My si však ukážeme iný spôsob. Hľadané číslo sa bude skladať z číslíc 0 až 9, tak si spočítame, ktoré číslo má koľko paličiek. Žiadne nemá 11 paličiek, preto bude mať hľadané číslo aspoň 2 cifry. Aby bolo najmenšie, **chceme, aby bola na mieste desiatok čo najmenšia číslica**. Tak nech je tam číslica 1. Tá má 2 paličky, čiže druhá číslica musí mať 9 paličiek. Taká číslica však neexistuje (najviac paličiek má číslica osem, a to 7 paličiek). Preto **na mieste desiatok nemôže byť**

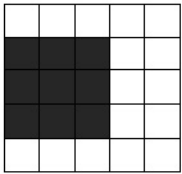
jednotka. Nasleduje dvojka. Tá má 5 paličiek, takže druhá číslica musí mať 6. Hľadáme teda najnižšiu číslicu zo šiestich paličiek. A tou je hneď 0.
A máme výsledok – hľadané číslo je 20.

Úloha 3 (opravoval Didi Hudec)

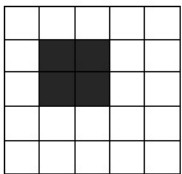
Vieme, že ubytovňa má iba 5 poschodí a na každom poschodí je práve 5 okien. Je teda zrejmé, že stranu vysvieteného štvorca môže tvoriť najmenej jedno okno a najviac 5 okien. Inými slovami vieme vysvietiť iba štvorce 1 x 1 (počet zasvietených okien: 1), 2 x 2 (počet zasvietených okien: 4), 3 x 3 (počet zasvietených okien: 9), 4 x 4 (počet zasvietených okien: 16) a 5 x 5 (počet zasvietených okien: 25).



Vidíme, že štvorec, v ktorom svietia všetky okná je iba jeden a teda **máme už jednu minútu**. Štvorec 4x4 z obrázku vieme posunúť do každého rohu a teda **dostaneme celkovo ďalšie 4 možnosti** pre naše svetelné predstavenie.

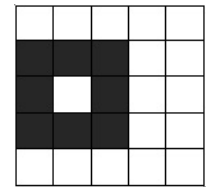


Pri hľadaní štvorcov 3x3 si môžeme všimnúť, že akýkoľvek takýto štvorec bude obsahovať aj prostredné rozsvietené okno. Potrebujeme teda nájsť všetky možnosti ako na našej ubytovni spraviť štvorec 3x3. Z predchádzajúcich skúseností tušíme, že **4 možnosti budú ak štvorec umiestnime do rohu** – teda bude svietiť práve jedno rohové okno. **Ďalšie 4 možnosti dostaneme posúvaním štvorca ako na obrázku**, tak aby žiadne rohové okno nesvietilo. A nakoniec **možnosť, keď stred vysvieteného štvorca bude práve stredné okno** ubytovne.



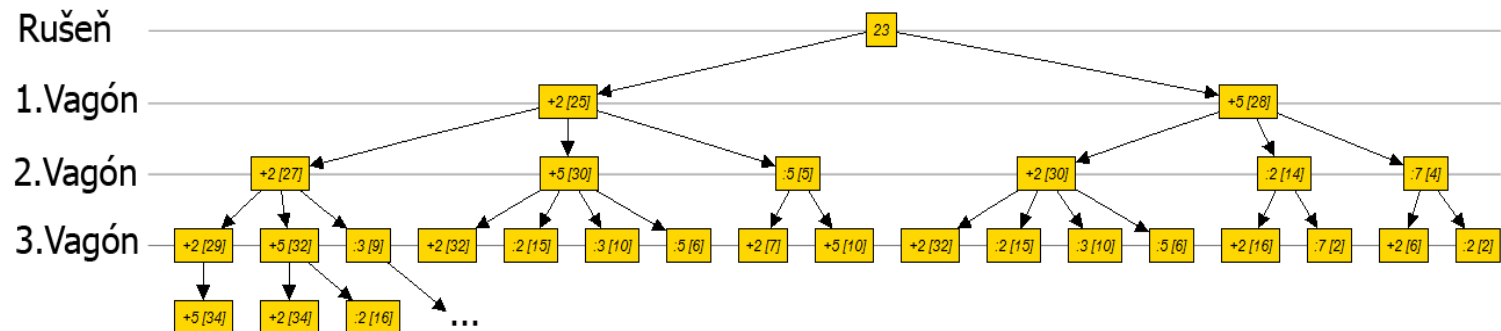
Spočítať štvorce 2x2 nie je problém, rohový štvorec musí byť prostredné okno ubytovne a náš štvorec má 4 rohy, čiže **to sú 4 možnosti**. **Posledná možnosť bude ak svietia v ubytovni iba 1 okno** a to je náš bojzlivec. Keď spočítame všetky možnosti dostaneme výsledok, že **predstavenie trvalo 19 minút**.

Niektorých z vás napadlo, že svietiace okná budú tvoriť štvorec aj keď vnútorné okná nebudú svietiť. Toto je možné spraviť iba pri 3x3 štvorcoch a dostaneme tak ďalších 8 možností, jednu z nich vidíme na obrázku. Podľa zadania sme sa snažili nájsť všetky vysvietené štvorce, teda tie „plné“, ale pokiaľ niekto správne spočítal aj takéto možnosti dostal pochopiteľne všetky body.



Úloha 4 (opravoval Jurko Solcáni)

Zo zadania vyplýva, že **tabuľka za rušňom nemôže byť s delením** (:7, :5, :3, :2), pretože číslo 23 sa nedá bez zvyšku vydeliť ani jedným z čísel 7, 5, 3, 2. Podme skúšať možnosti rad radom od rušňa. Tabuľka za rušňom musí byť +2 alebo +5. Zakreslíme si tieto možnosti do obrázka (do riadku „**1.Vagón**“) tak, že do hranatých zátvoriek si zapíšeme číslo ďalšieho vagóna (v tomto prípade prvého za rušňom). Ak by bola prvá tabuľka +2, prvý vagón by mal číslo 25. To znamená, že druhá tabuľka môže byť +2, +5 alebo :5. Opäť možnosti zakreslíme do obrázka, tento krát do riadku „**2.Vagón**“. Ak by bola prvá tabuľka +5, prvý vagón by mal číslo 28 a druhá tabuľka by mohla byť +2, :2 alebo :7. Takto pokračujeme zakresľovaním možností tretej tabuľky a možných čísel tretieho vagóna do riadku „**3.Vagón**“. Pri určovaní možností treba vynechať tabuľky, ktoré sme už predtým použili.



Keď postup ešte niekoľkokrát zopakujeme, prídeme na koniec vlaku. Riešenie úlohy zodpovedá v obrázku ceste, ktorá začína v riadku „**Rušeň**“ ide vždy v smere šípok (teda smerom dole) až do riadku „**8.Vagón**“ a číslo ôsmeho vagóna je 1. Takto nájdeme všetky 4 riešenia (v hranatých zátvorkách sú čísla vagónov):

- [23] +2 [25] :5 [5] +5 [10] :2 [5] +2 [7] :7 [1] +2 [3] :3 [1]
- [23] +5 [28] :7 [4] +2 [6] :2 [3] +2 [5] :5 [1] +2 [3] :3 [1]
- [23] +5 [28] :7 [4] +2 [6] :2 [3] :3 [1] +2 [3] +2 [5] :5 [1]
- [23] +5 [28] :7 [4] +2 [6] :3 [2] :2 [1] +2 [3] +2 [5] :5 [1]