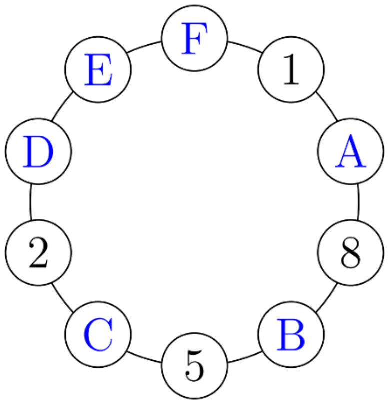
JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
XXXVI. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky
pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG

S E Z A M K O, Školský rok 2022/2023, 1. letná séria

Vzorové riešenia

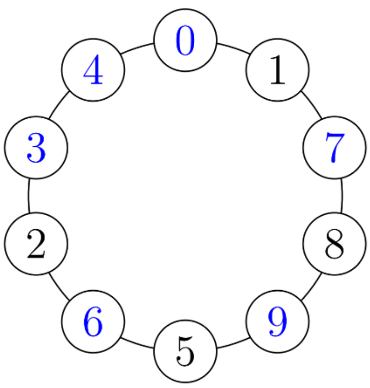
***Úloha č. 1** (opravovala Ivka Varšányiová a Ajka Kucháriková)*

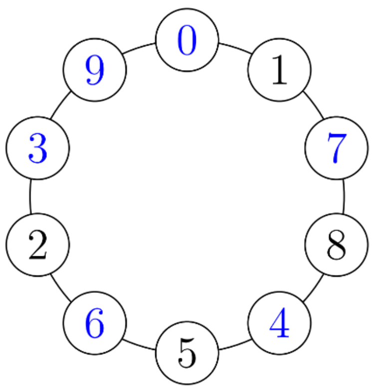


Mnohí z vás riešili úlohu tak, že ste si skúšali dosadiť rôzne dvojice čísel za korálky označené písmenkami A a B alebo za B a C. Postupne ste skontrolovali viaceré možnosti a dopočítali čísla na zvyšné korálky. Takto sa k správnym riešeniam naozaj dá dopracovať, no treba si dať veľký pozor na to, aby ste na tieto voľné miesta vyskúšali dosadiť naozaj úplne všetky existujúce dvojice, inak sa môže stať, že nájdete len jedno riešenie a nie všetky.

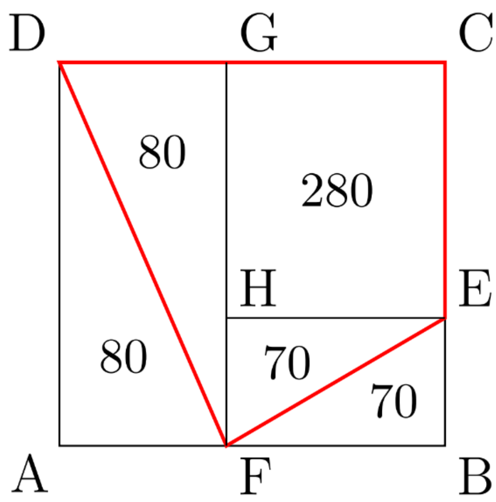
Je však aj iný spôsob pozerania sa na túto úlohu. Vieme, že (1 + A + 8 + B + 5) : 5 má dávať zvyšok nula, lebo ide o päticu korálikov, ktoré spolu susedia. To isté platí aj o susednej pätici A + 8 + B + 5 + C. Vidíme, že tieto dve pätice sa líšia len jedným číslom, v prvej z nich je 1 a v druhej je C. Keď teda k A + 8 + B + 5 pripočítame 1, mali by sme dostať číslo deliteľné piatimi a rovnako aj keď k nim pripočítame číslo z korálky označenej C. Preto číslo 1 a písmeno C musia mať rovnaký zvyšok po delení číslom päť. 1 : 5 dáva zvyšok jeden, takže aj C : 5 musí dávať zvyšok jeden. Jediné z voľných čísiel, ktoré spĺňa túto podmienku je 6, takže C = 6.

Rovnakým postupom si skúste zistiť, že za D môžeme dosadiť iba 3, za F iba 0 a za A iba 7. Nakoniec nám ostanú len písmená B a E a nepoužité čísla 4 a 9. Môžeme ich teda dosadiť ako B = 4 a E = 9 alebo B = 9 a E = 4. Po rýchlom skontrolovaní vidíme, že nám sedia obe riešenia.





Úloha č. 2 (*opravovala Miška Rosinská a Denisa Múthová****)***



Tým, že nevieme presne kde je palma F na strane AB, vypočítať dĺžky úsečiek, ktoré tvoria bazén a Dinobalové ihrisko bude ťažšie, a nedá sa zistiť len meraním z obrázku..

Môžeme sa ale snažiť rozdeliť lúku na útvary, ktorých plochu poznáme.

Keď dokreslíme kolmicu na AB v bode F, ktorá pretne stranu DC v bode G, dostaneme obdĺžnik DAFG. Uhlopriečka tohto obdĺžnika ho rozdeľuje na dva pravouhlé trojuholníky, ktoré sú rovnaké, lebo protiľahlé strany obdĺžnika sú rovnaké. Obsah týchto dvoch trojuholníkov je teda ten istý a tak vieme že DGF a DAF majú obsah 80 m^2.

Ďalej keď dokreslíme kolmicu na CB v bode E, dostaneme ďalší obdĺžnik HEFB. Uhlopriečka ho tiež rozdeľuje na dva pravouhlé trojuholníky s rovnakým obsahom, tak trojuholníky HEF a FEB majú obsah 70 m^2.

Chýba nám ešte obsah obdĺžnika GHEC. Poznáme obsah obdĺžnika HEBF, ktorý je 140 m^2, a vieme tiež že palma E je v tretine strany BC. Tieto dva obdĺžniky majú jednu spoločnú stranu HE a ak E je v tretine strany CB (bližšie k B), tak úsečka CE je dvakrát väčšia ako EB. Obsah GCHE je teda dvakrát väčší ako obsah obdĺžnika HEBF, lebo má jednu spoločnú stranu a druhú stranu dvakrát väčšiu, a to je 280 m^2.

Tyranopólo zaberá teda 280 + 80 + 70 = 430 m^2

Úloha č. 3 (*opravoval Mojo Madiš****)***

Viacerí ste si skúsili postaviť stavbu z kociek aj sami. Pozor, musíte ju postaviť, alebo si to aspoň predstaviť, zo správnych hracích kociek. Keď si takú stavbu postavíme, tak si všimneme, že jednu kocku vôbec nie je vidno – je v strede stavby. Šesť kociek je v strede jednotlivých stien veľkej kocky. Tým vidno len jednu stenu. Ak chceme, aby bol súčet čo najväčší, otočíme ich tak, aby sme videli číslo 6. Pre tieto kocky nám to dáva spolu **6 · 6 = 36**.

Veľká kocka má osem rohových kociek, ktorým vidno tri steny. Najväčšie čísla, ktoré teda môžu byť vidno sú 6, 5 a 4. Tieto čísla sú na hracej kocke vedľa sebe a nie oproti sebe, takže rohové kocky môžeme natočiť tak, aby sme videli práve tieto čísla. Súčet na rohovej kocke je 6 + 5 + 4 = 15. To je na ôsmych kockách dohromady **15 · 8 = 120**.

Zvyšných dvanásť kociek je v strede hrán veľkej kocky a vidno im práve 2 steny. Na týchto stenách budú opäť najväčšie čísla 6 a 5, ktoré sú na hracej kocke tiež vedľa seba. Takže na takejto kocke bude viditeľný súčet 6 + 5 = 11. To je na dvanástich kockách spolu **12 · 11 = 132**.

Na zistenie najväčšieho súčtu nám už stačí len sčítať priebežné výsledky

36 + 120 + 132 = 288.

Úloha č. 4 (*opravovala Kika Ďuračíková****)***

Pripomeňme si, aké vety povedali dinosaury:

Astra: „Beg bol druhý." „Astra bola tretia."
Beg: „Beg bol druhý." „Erketu bol štvrtý."
Canar: „Canar bol prvý." „Drako bol druhý."
Drako: „Drako bol tretí." „Canar bol piaty."
Erketu: „Erketu bol štvrtý." „Astra bola prvá."

Môžeme si všimnúť, že niektoré vety povedali dinosaury dva krát. Sú to vety "Beg bol druhý" a "Erketu bol štvrtý". Obidve povedal druhý dinosaurus Beg naraz, teda jedna z nich je pravda a druhá klamstvo.

Čo keby bola pravda, že Beg bol druhý? Potom Erketu nebude štvrtý, a podľa tvrdení Erketuho musí byť Astra prvá. Potom ale nesedí to, čo hovorí Canar – ani jedno z jeho tvrdení nemôže byť pravdivé, lebo prvé a druhé miesto už máme obsadené.

Takže Beg nie je druhý, ale **Erketu je štvrtý**. Z Astriných viet ešte môžeme vidieť, že **Astra bude tretia**. Z Drakových viet môžeme vidieť, že Drako nemôže byť tretí, a teda **Canar bude piaty**. Z Canarových viet môžeme vidieť, že "Canar bol prvý" je klamstvo, a teda **Drako bude druhý**. A zostávajúci **Beg už môže byť len prvý**.

Začať sa dalo aj z iných viet, ale ďalší postup bol tiež podobný. Dobrý začiatok sú napríklad aj vety Canara a Draka, lebo hovoria len o sebe navzájom. Preskúmaním pravdivosti ich viet by ste samozrejme prišli k tomu istému a jedinému možnému poradiu.

Dinosaury dobehli preteky v poradí Beg, Drako, Astra, Erketu, Canar.