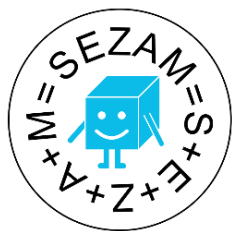


SEZAM, Školský rok 2022/2023, 2. letná séria



Ahojte, kamaráti!

Turnaj o Vesmírny pohár skončil a naši hrdinovia sa rozhodli užiť si zaslúžený odpočinok. Práce mali v poslednom čase dosť, a tak chceli trochu spomaliť. Sadli si obďaleč už prázdneho štadióna a odдыхovali hraním hier.

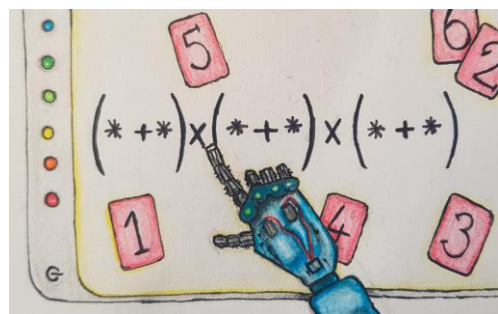
Svetluška spolu s Arturom majú obľúbenú hru, ktorá ich zaujala na ceste vesmírom. Ide o kartičkovú hru, ktorej pravidlá znejú nasledovne.

Úloha 1:

Na stole leží šesť kartičiek očíslovaných číslami 1, 2, 3, 4, 5 a 6. Hráči striedavo kladú kartičky na miesta označené hviezdikami vo výraze (súčine troch zátvoriek):

$$(* + *) \times (* + *) \times (* + *)$$

Začína vždy Artur a položí prvú kartičku, Svetluška položí druhú kartičku a striedajú sa ďalej, až pokým Svetluška nepoloží poslednú šiestu kartičku. Svetluška vyhrá, ak po položení poslednej kartičky bude hodnota výrazu 240. Artur vyhrá, ak jej v tom zabráni a hodnota výrazu bude na konci iná ako 240. (Výsledok hry môže vyzerat' napríklad takto: $(1 + 2) \times (3 + 4) \times (5 + 6)$. Hodnota tohto výrazu je $3 \times 7 \times 11 = 231$, teda vyhral Artur.)



Po niekoľkých hrách začali obaja uvažovať o tom, či vedia hrať tak, aby určite vyhrali.

Čo myslíte vy? Vie Artur alebo Svetluška hrať tak, aby bez ohľadu na ťahy súpera zaručene vyhral/a? Ak áno, napíšte nám ktorý z nich to vie a ako má postupovať. Vysvetlite aj, prečo určite vyhrá.

Keď poriadne preskúmali vlastnosti kartičkovej hry, Svetluška sa Arturovi priznala, že začína byť unavená. Stále stavajú cesty a ona by radšej cestovala. Zhodli sa na tom, že by privítali pomoc. Skúseností už mali dosť, preto sa rozhodli založiť vesmírnu akadémiu a zaučiť ďalších robotov a robotky na stavebných inžinierov. Zorganizovali vstupný konkurz, kde každý uchádzač dostal riešiť nasledujúcu úlohu.

Úloha 2:

Zákazník si dal vybudovať štyri cesty, ktoré tvoria lichobežník ABCD so základňami AB a CD. Strana CD je dlhá 3 km a strana DA je dlhá 5 km. Zároveň odmerali, že uhol CDA má mať presne dvakrát takú veľkosť ako uhol ABC. Uchádzači o štúdium majú vypočítať, aká dlhá je strana AB.

Skúste si to aj vy! Zistite a zdôvodnite, aká dlhá je strana AB, ak lichobežník ABCD spĺňa všetky uvedené podmienky.



Po vstupnom konkurze prijali 40 študentov, ktorých rozdelili do dvoch tried a pustili sa do vzájomného predstavovania sa. Pritom sa zistilo, že niektorí roboti a niektoré robotky sa poznali už pred tým.

Úloha 3:

Vo Svetluškinej triede je 10 robotiek a 9 robotov. Svetluške povedali, že v tejto triede každé dve robotky poznajú rôzny počet robotov a zároveň, že každý robot pozná rovnaký počet robotiek. (Známosti sú vzájomné, teda ak robotka pozná robota, tak aj robot pozná robotku a naopak.)

Zistite, či sa naozaj robotky a roboti vo Svetluškinej triede mohli navzájom takto poznať. Ak áno, napíšte nám jednu možnosť ich známostí.

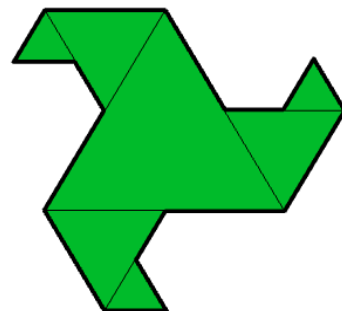
V Arturovej triede je 11 robotiek a 10 robotov. Artur si myslí, že aj v nej by mohli fungovať známosti na rovnakom princípe ako v Svetluškinej skupine, teda robotky poznajú rôzne počty robotov a roboti rovnaké počty robotiek. **Čo myslíte vy – má Artur pravdu alebo sa mýli? Svoje riešenie pre Svetluškinu aj Arturovu triedu nezabudnite zdôvodniť.**

Keď sa triedy zoznámili, čakala každú z nich prvá úloha. Pre utajeného zákazníka bolo treba navrhnúť a pripraviť plán špeciálne tvarovanej raketovej základne.

Úloha 4:

Kroky pre tvorbu plánu základne sú nasledovné:

1. V prvom kroku zakresli do plánu základný rovnostranný trojuholník s obvodom 6 km.
2. V druhom kroku na každú jeho stranu (k ľavému vrcholu, tak ako na obrázku) dokonale prilep menší rovnostranný trojuholník so stranou rovnou jednej polovici dĺžky pôvodnej strany.
3. V treťom a každom ďalšom kroku postup zopakuj, teda zakaždým prilep trojuholník so stranou polovičnej dĺžky ku každému z troch najmenších trojuholníkov z predchádzajúceho kroku. (Na obrázku je ako príklad plán základne vytvorený v troch krokoch).



Keď bude plán základne hotový, treba ešte jej vonkajší okraj ohradiť plotom. (Plot teda nebude na miestach, kde sú trojuholníky prilepené na seba.) Keďže vesmír je plný záhad, pre zákazníka bola veľmi dôležitá práve dĺžka oplotenia. Každá trieda preto dostala za úlohu vytvoriť plán jednej z dvoch požadovaných základní:

- Prvá trieda: Navrhnuť najmenšiu možnú základňu, ktorá má oplotenie dlhšie ako 11,5 km.
- Druhá trieda: Navrhnuť najmenšiu možnú základňu, ktorá má oplotenie dlhšie ako 12,5 km.

Zistite, koľko treba urobiť krokov na vytvorenie plánu prvej základne a koľko krokov na vytvorenie plánu druhej základne tak, aby spĺňali požiadavky zákazníka. Svoje riešenia poriadne popíšte a vysvetlite, aby sa podľa nich mohli pustiť do stavby.

Na vaše riešenia sa spolu s robotom Arturo a loďou Svetluškou tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude napísaná vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 1,00 €**), posielajte (alebo hodte do schránky) **najneskôr 20. marca 2023** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripište SEZAM

*Pokiaľ ste ešte nestihli, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na sezam.sk/prihlaska. Pre hladký beh súťaže prosíme o dodržiavanie **Pokynov pre riešiteľov** vrátane častí týkajúcich sa spôsobu zápisu a posielania vašich riešení. Ďakujeme.*

