

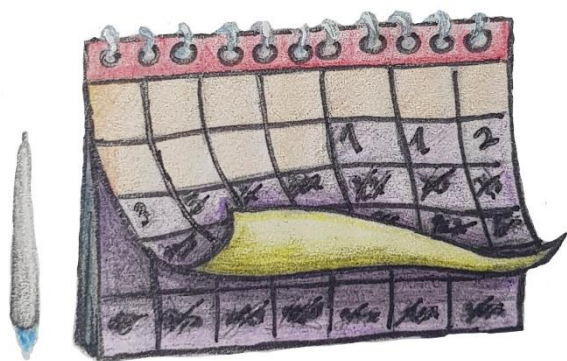
S E Z A M , Š k o l s k ý r o k 2 0 2 2 / 2 0 2 3 , 3 . l e t n á s é r i a



Ahojte, kamaráti!

Kedže Svetluška s Arturom už našli svojich nástupcov, ktorí budú zveľaďovať galaxie namiesto nich, rozhodli sa užívať si zaslúžené voľno. Vybrali sa preto na potulky vesmírom pozrieť si krásy, ktoré galaxia ponúka.

Hneď po odovzdaní firmy nástupcom vzala Svetluška Artura na cestu po troch divoch galaxie. Prvým divom galaxie sú červie diery, ktoré však sú veľmi ďaleko, preto sa naši hrdinovia hneď vybrali na cestu.



Úloha 1:

Cesta k červím dieram im trvala 2023 dní. Každý deň Svetluška s Arturom preleteli nejakú vzdialenosť: 1. deň to bol jeden svetlometer, 2. deň rovnako jeden svetlometer, 3. deň dva svetlometre, 4. deň tri svetlometre, 5. deň päť svetlometrov a tak ďalej. Artur si ako správny matematik všimol, že od druhého dňa preleteli každý ďalší deň toľko svetlometrov ako predošlé dva dni dohromady. Ako správny cestovateľ si robil zápisky počas celej cesty a zapisoval si, koľko svetlometrov mali každý deň

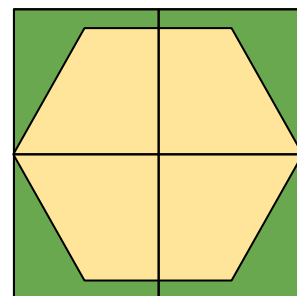
so Svetluškou preletieť. Na konci cesty, v 2023. deň, porovnal svoje zápisky so Svetluškiným počítadlom prejdených svetlometrov. Zistil, že počet svetlometrov v zápisníku, preletených za posledný deň, je o 987 väčší, ako by mal správne byť. Svetluška si prezrela Arturove zápisky a výpočty a zistila, že v jeden (a jediný) deň sa pri sčítaní pomýlil o 1 a táto chyba tým pádom ovplyvnila počty svetlometrov v každom ďalšom výpočte. Arturovi to nedalo a rozhodol sa zistiť, v ktorý deň sa pomýlil. Vedeli by ste mu s tým pomôcť?

Zistite, v ktorý deň cesty sa Artur v zapisovaní preletených svetlometrov v súčte o 1 pomýlil a spôsobil tak chybu 987 svetlometrov v zápise 2023. dňa. Nezabudnite svoje tvrdenie poriadne odôvodniť, pretože Artur si neužije dovolenku, kým svoju chybu nenájde.

Po dlhej ceste boli naši hrdinovia vyčerpaní, no zároveň aj veľmi šťastní. Pristáli totiž pri Pytagorejských červích dierach a hneď na prvý pohľad im bolo jasné, prečo sú jedným z troch divov galaxie.

Úloha 2:

Červie diery sú za normálnych okolností veľmi nebezpečné a všepohlcujúce, no v tomto prípade išlo o červiu dieru, ktorá do seba vcucla druhú a vytvorila tým neškodný paradox galaxie. Prierezy červími dierami majú tvar ako na obrázku – väčší z nich má tvar štvorca a menší má tvar pravidelného šesťuholníka, pričom dva protíahlé vrcholy šesťuholníka ležia v stredoch strán štvorca. Svetluška bola týmto tvarom úplne unesená a bola zvedavá, akú časť štvorcového prierezu zaberá menší šesťuholníkový.



Vedeli by ste to aj vy? Akú časť plochy veľkého štvorcového prierezu červej diery vyplnil šesťuholníkový prierez menšej šesťuholníkovej červej diery? Nezabudnite svoju odpoveď poriadne vysvetliť.

Po zážitku z Pytagorejských červích dier (ich názov nie je náhodný) sa naši hrdinovia presunuli k ďalšiemu divu galaxie. Tým boli tri doteraz neprebádané hviezdokopy. Legenda hovorí, že majú špeciálny počet hviezd, no nikto ich ešte nedokázal spočítať.



Úloha 3:

Počty hviezd troch hviezdokop sú v pomere 1 : 3 : 5. To znamená, že počet hviezd v druhej hviezdokope je trikrát väčší ako počet hviezd v prvej, a počet hviezd v tretej hviezdokope je päťkrát väčší ako počet hviezd v prvej. Navyše vieme, že počet hviezd v každej z nich je trojciferné číslo. Keď tieto tri čísla napíšeme vedľa seba, uvidíme, že je v nich použitá každá cifra od 1 do 9 práve raz.

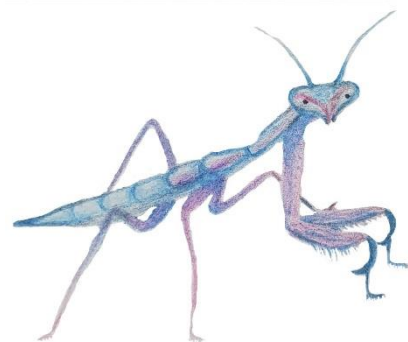
Vedeli by ste zistiť, aké sú všetky možné počty hviezd, ktoré môžu mať na základe tejto legendy tri hviezdokopy? Svoje tvrdenie poriadne odôvodnite.

Keď Svetluška s Arturom porátali všetky hviezdy v hviezdokopách, čakal ich ešte tretí div galaxie, tzv. Experiment M11. Je to planéta izolovaná od zvyšku galaxie, ktorá vznikla pre vedecký účel výskumu osídľovania. Na začiatku bola planéta úplne neosídlená. Vedci tam vypustili modlivky nesmrteľné, ktoré žijú večne, a chceli sledovať vývoj ich populácie. Toto sa udialo už dávno a teraz sa bude dať po prvý raz ísť pozrieť, ako to na planéte M11 vyzerá.

Úloha 4:

Na začiatku na planétu priviezla raketa 11 modliviek nesmrteľných, 10 samičiek a jedného samčeka. Keď sa modlivke narodí potomok samička, tak modlivka môže (a keď nechce nemusí) mať ďalších potomkov. Ak sa jej ale narodí potomok samček, tak s rodením skončí. Potomkov môžu mať aj nové modlivky, ktoré sa narodili až na experimentálnej planéte počas experimentu. Platia pre ne rovnaké pravidlá: samičky môžu rodiť ľubovoľne dlho, ale po narodení prvého syna už ďalej nerodia. Pravdepodobnosť narodenia samčeka a samičky je rovnaká.

Po vyložení modliviek na planéte raketa odletela a nechala ich kolóniu vlastnému osudu. Prví pozorovatelia sa na planétu môžu ísť pozrieť až po mnohých rokoch a Artur so Svetluškou budú medzi nimi. Artur je presvedčený, že na planéte bude výrazne viac samčekov, Svetluška si myslí, že tam bude výrazne viac samičiek.



Čo si myslíte vy? Nájdete na planéte výrazne viac samičiek, výrazne viac samčekov, alebo ich bude približne rovnako? Poriadne vysvetlite a zdôvodnite svoj názor, ako to na planéte bude vyzeráť. Ak vám to pomôže, skúste urobiť experiment, ktorým ukážete, ako mohol vývoj populácie modliviek na planéte prebiehať.

Na vaše riešenia sa spolu s robotom Arturom a loďou Svetluškou tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude napísaná vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 1,10 €**), posielajte najneskôr **9. mája 2023** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

*Pokiaľ ste ešte nestihli, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na sezam.sk/prihlaska. Pre hladký beh súťaže prosíme o dodržiavanie **Pokynov pre riešiteľov** vrátane častí týkajúcich sa spôsobu zápisu a posielania vašich riešení. Ďakujeme.*