

S E Z A M , Školský rok 2023/2024, 2. zimná séria



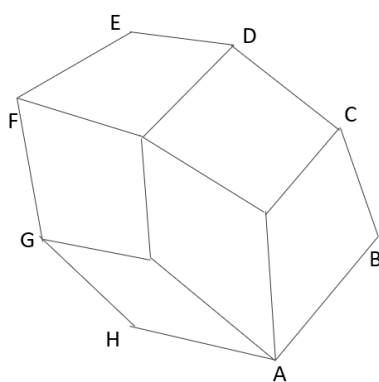
V dome rodiny Monterovcov panovala od rána cestovná horúčka. Už o pár minút vyrazí Peter a Klára s ocinom na cestu za tajomstvami a čarami opradenú MateMagickú univerzitu. Keď Klára zavrela oči, snívala o tom, ako v miestnosti elixírov nájde elixír nekončiaceho sa smiechu. Peter zase sníval o tom, že v metlobalovej miestnosti objaví metlu, na ktorej neskôr vyhrá všetky svoje dôležité zápasy. Čo myslíte, ktoré z týchto snov sa splnia?

Keď už bola všetka batožina nachystaná na cestu, ocino poriadne pozamykal. Rodina Monterovcov dom navyše zabezpečuje matemagickou kalkulačkou, na ktorej zadá príklad, ktorý treba pri otváraní vyriešiť.

1. úloha: Matemagická kalkulačka funguje skoro rovnako ako bežná kalkulačka, s tým rozdielom, že číslica 0 je na nej zakliata. Nedá sa napísať pri zadávaní príkladov, ani sa neobjaví pri zobrazovaní výsledkov. Monterovci do nej napríklad vôbec nemôžu zadať príklad 10×3 , a po vynásobení čísel 67×3 kalkulačka ukáže ako výsledok číslo **21** namiesto správneho **201**. Monterovci pri odchode zadali do matemagickej kalkulačky výsledok **45**, ktorý sa má na kalkulačke pri odblokovaní zobrazíť. Pri návrate domov budú musieť nájsť a zadať do svojej špeciálnej kalkulačky všetky príklady na súčin dvoch dvojciferných čísel, ktoré na nej po vynásobení zobrazia ako výsledok číslo **45**. Vedeli by ste vy na ich mieste odblokovať číselné zabezpečenie ich domu?

Zistite, aké všetky dvojice dvojciferných čísel môžeme medzi sebou na matemagickej kalkulačke zadať a násobiť, aby sa na nej zobrazil ako výsledok číslo 45. Svoj postup poriadne vysvetlite.

Teraz už nič nestálo v ceste ich odletu na MateMagickú univerzitu. Ocino rozvinul na chodníku pred domom lietajúci koberec, všetci si naň pohodlne posadali a vyleteli do oblakov.



2. úloha: Po pár hodinách letu uvideli v diaľke pod sebou MateMagické univerzitné mestečko. Na úplne vodorovnej náhornej plošine sa nachádzalo osem budov jeho fakúlt označených postupne písmenami **A, B, C, D, E, F, G** a **H**, ktoré ohraničovali celý areál univerzitného mestečka v tvare nepravidelného konvexného osemuholníka. V jeho vnútri sa nachádzali ešte tri studne s vodou na polievanie trávnikov. Budovy a studne boli pospájané cestičkami tak, že osemuholník **ABCDEFGH** bol nimi rozdelený na šesť neprekrývajúcich sa rovnobežníkov tak, ako vidíte na obrázku. (Pozor, vplyvom magických síl je obrázok skreslený a čo sa týka rovnobežnosti nie úplne presný.) Peter si napriek tomu myslí, že v tomto univerzitnom mestečku tvoria aj budovy **ABEF** vrcholy rovnobežníka. Kláre sa dokonca

zdá, že úsečky **AE, BF, CG** a **DH** by sa mali pretínať v jednom bode. Je to tak?

Zistite, či má Peter a či má Klára pravdu, alebo či sa len nechali oklamať magicky skresleným pohľadom z výšky. Svoje tvrdenia zdôvodnite.

Po prelete nad planinou Monterovci pristáli pred budovou Experimentálneho laboratória **E**. Tu stretli roztržitého vedca Sínusa Blacka, ktorý niečo vytrvalo skúmal v najbližšej studni. Po krátkom rozhovore im prezradil viac.

3. úloha: Kúzelníci už dlho hľadajú v studniach spojitosť medzi tvarmi kamienkov a farbami žabiek, ktoré sa dajú z kamienkov vyčarovať. Sínus sa snažil doplniť doterajšie výskumy o ďalšie pozorovanie. Preto si vzal desať rôznych kamienkov a postupne ich označil číslicami 0, 1, 2, 3 až 9. Potom so zatvorenými očami jeden z kamienkov premenil na žabku. Kým oči opäť otvoril, žabka niekam odskákala a jeho poriadkumilovný kolega zahodil zostávajúcich deväť kamienkov. Teraz Sínus hľadá žabku a snaží sa spomenúť si, ktorý z kamienkov začaroval. Od kolegu vie, že:

- Všetkých deväť zostávajúcich kamienkov sa dalo rozdeliť na tri skupinky s rovnakým súčtom na nich napísaných čísel.
- Tých istých deväť zostávajúcich kamienkov sa dalo rozdeliť aj na štyri skupinky s rovnakým súčtom na nich napísaných čísel.

Vedeli by Monterovci na základe týchto informácií pomôcť Sínusovi zistiť, ktorý kamienok premenil na žabku v zhode s kolegovou spomienkou?

Zistite, akú číslicu mal na sebe napísaný kamienok, ktorý Sínus pri dodržaní podmienok premenil na žabku. Svoju úvahu poriadne vysvetlite.

Kým Monterovci žabku našli a zvíťali sa s maminou, už sa zvečerilo. Večerný program už mali dlho naplánovaný – slávnostná narodeninová večera vo vychýrenej reštaurácii s menom “Pod spievajúcim lustrom”.

4. úloha: Luster je tvorený obručou v tvare kružnice, na ktorej je pravidelne rozmiestnených desať kryštálov. Luster visí a točí sa nad reštauráciou a pri tomto pomalom otáčaní kryštály vytvárajú zaujímavé svetelné efekty. Každý večer majiteľ reštaurácie rozsvieti práve sedem kryštálov, zvyšné zostanú zhasnuté. Kláru zaujíma, koľko večerov po sebe vie majiteľ zakaždým inak rozsvietiť sedem kryštálov na lustri. Dve možnosti rozsvietenia lustra považujeme za rôzne, ak sa nedajú otočiť tak, aby vyzerali rovnako.

Zistite, koľkými rôznymi spôsobmi sa dá rozsvietiť 7 kryštálov na lustri. Svoje tvrdenie poriadne zdôvodnite.



Na vaše riešenia sa spolu s Monterovcami a Sínus Blackom tešia aj organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 1,10 €**) posielajte (alebo hod'te do schránky) **najneskôr 13. novembra 2023** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

*Pokiaľ ste ešte nestihli, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na sezam.sk/prihlaska. Pre hladký beh súťaže poprosíme o dodržiavanie **Pokynov pre riešiteľov** vrátane častí týkajúcich spôsobu zápisu a odoslania vašich riešení. Ďakujeme.*

