

JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU

XXXVII. ročník S E m i n á r a Z A u j í m a v e j M a t e m a t i k y p r e 7. a ž 9. r o č n í k Z Š a s e k u n d u a ž k v a r t u O G

S E Z A M , Š k o l s k ý r o k 2 0 2 3 / 2 0 2 4 , 3. l e t n á s é r i a



Peter si starostlivo upravoval čarodejnícku rovnošatu a Klára si pozorne chystala klobúk na oslavu výročia porazenía čarodejníka V'Alamberta. Už o pár hodín sa jej mali spoločne s rodinou zúčastniť. Keďže sa jednalo o veľkú slávnosť, dnes večer muselo ísť bokom aj vyšetrovanie krádeže amuletu.

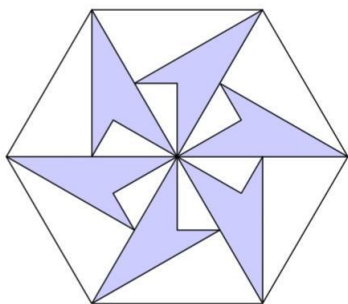
Oslava sa konala vo veľkej tanečnej sále. Po odznení slávnostného gongu si všetci pochutnali na štvorchodovej večeri. Vzápätí nasledoval pestrý kultúrny program, ktorý sa striedal s tanečnými kolami. Keďže Peter bol po dvoch tanečných kolách unavený, išiel do zákulisia, kde sa pustil do rozhovoru s jedným z hercov.

1. úloha: Herec Sancho hráva každý štvrtok večer o siedmej v univerzitnom divadle. Do divadla chodí z domu pešo a vždy kráča rovnakou rýchlosťou. Cesta mu trvá presne 20 minút. Jedného dňa si cestou do divadla spomenul, že si doma pri dverách zabudol divadelné rekvizity. Ak by to nechal tak a pokračoval v ceste, prišiel by 8 minút pred začiatkom predstavenia. Ak by sa ale pre rekvizity vrátil, prišiel by 10 minút po začiatku divadelného predstavenia. Ako ďaleko od domu si na zabudnuté rekvizity spomenul?

Zistite, v akej časti cesty od domu si Sancho spomenul na zabudnuté divadelné rekvizity. Svoje tvrdenia poriadne zdôvodnite.



Peter s Klárou sa ani nenazdali a začalo divadelné predstavenie. To sa odohrávalo na pódiu šesťuholníkového tvaru.



2. úloha: Vnútri pravidelného šesťuholníka je vyfarbených 6 identických šípok. Ak herci vstúpia na jeho vyfarbenú časť, šípky začnú tlmene blikať. Každá šípka má tvar nekonvexného štvoruholníka, ktorého všetky vnútorné ostré uhly majú 30° . Šípky sa vzájomne dotýkajú v strede šesťuholníka, susediace šípky sa vzájomne dotýkajú a jeden z vrcholov každej šípky je zároveň vrcholom pravidelného šesťuholníka, tak ako na obrázku. Dá sa vypočítať aká časť pódia vie blikať?

Zistite, aká časť pravidelného šesťuholníkového pódia je vyfarbená. Svoj výpočet podrobne vysvetlite.

Zrazu divadelné predstavenie prerušila prudká víchrica, ktorú mocnými čarami vyvolávala siréna Beatrice. Na jej krku visel magický amulet. Pred víchricou sa nedalo nikam schovať. Vtedy Petrovi a Kláre napadlo, že keď nevedia sirénu poraziť čarami, ktoré poznajú, musia ísť hľadať silnejšie kúzlo do knihy Antičarov. Potichu sa vykradli z miestnosti a bežali do knižnice.

3. úloha: Kniha Antičarov sa dá otvoriť iba tak, že čitateľ pri dotyku jej knižnej väzby povie tajné 8-ciferné číslo. Toto číslo obsahuje cifry od 1 po 8, každú práve raz. Zároveň prvé dvojčíslenie je deliteľné dvomi, prvé trojčíslenie je deliteľné tromi, ... , prvé 7-číslenie je deliteľné siedmimi a celé číslo je deliteľné ôsmimi. Zvládli by ste aj vy tajné číslo nájsť a knihu Antičarov otvoriť?

Nájdite tajné 8-ciferné číslo, pomocou ktorého sa dá otvoriť magická kniha. Koľko je takých čísel? Svoj postup hľadania a aj výsledok poriadne zdôvodnite.



Monterovci vbehli do sály práve včas – siréna už všetkých zaviala do rohu. Pomocou protikúzla “Sile ventus, ventus congelatur” sa im podarilo veterné kúzlo odraziť na samotnú sirénu. Tú prúd vzduchu zrazil do opačného rohu sály, kde sa im ju už oslabenú podarilo zajať. Nasledujúci výsluch síce trval niekoľko hodín, ale nakoniec sa zistilo, že siréna bola posledný spolupracovník V’Alemberta a v jej tajnej skrýši našli aj ďalšie ukradnuté magické predmety. Jeden z nich dvojčatám šťastný majiteľ pri pokuse o vrátenie prenechal ako dar za ich dôvtip a odvahu.

4. úloha: Darom bol nezvyčajný hlavolam tvaru štvorcovej doštičky. Ak sa Petrovi alebo Kláre podarí nakresliť na doštičku rovné čiary tak, že rozdelia doštičku na niekoľko menších štvorčekov, dostanú ako odmenu striebornú mincu. Línie deliace doštičku na menšie štvorčeky nemusia ísť od jedného kraja doštičky po druhý, musia však deliť štvorec bezo zvyšku. Potom môžu dvojčičky delenie zmazať a skúšať delenie na iný počet štvorčekov. Ďalšiu mincu dostanú iba vtedy, ak nakreslia delenie s iným počtom štvorčekov ako doteraz. Sú zvedaví, koľko strieborných mincí by si takto vedeli zarobiť.

Zistite na aké počty menších štvorčekov sa dá rozdeliť štvorec a popíšte spôsoby ako. Takisto vysvetlite, prečo sa na iné počty rozdeliť nedá.

Na vaše riešenia sa spolu s Monterovcami tešia aj organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s **obálkou veľkosti C5**, na ktorej bude vaša **spätná adresa** a nalepená **známka 1,10 €**) posielajte (alebo hod’te do schránky) najneskôr **6. mája 2024** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM

*Pokiaľ ste nám ešte neposlali elektronickú prihlášku, vyplňte nám ju na sezam.sk/prihlaska. Pre hladký beh súťaže poprosíme o dodržiavanie **Pokynov pre riešiteľov** vrátane častí týkajúcich spôsobu zápisu a odoslania vašich riešení.*