

S E Z A M, Školský rok 2026/2027, 2. zimná séria



Hanka so Samom sa radi pozerali na svoju čarovnú mapu. Pamätali si aj nový symbol, ktorý sa na jej okraji objavil pri poslednom výlete na Oravský hrad. Označoval miesto na východnom Slovensku. Keď nadišiel čas ďalšieho víkend, kamaráti ani chvíľu neváhali, zbalili si ruksaky a vydali sa na ďalšie dobrodružstvo.

Cestou prechádzali cez roklinu v Slovenskom raji. Na drevenej lávke nad potokom našli vrecúško plné guľčiek a poskladaný list papiera.

1. úloha: Na papieri stálo: „Vo vrecúšku je 27 čiernych a 27 bielych guľčiek. Vyberte z neho náhodne dve guľčiky a podľa ich farieb postupujte takto:

- Ak sú obe guľčiky čierne, jednu z nich prefarbite na bielo, vráťte ju do vrecúška a druhú vyhoďte.
- Ak sú obe guľčiky biele, jednu vráťte do vrecúška a druhú vyhoďte.
- Ak je jedna guľčika biela a druhá čierna, bielu guľčiku vyhoďte a čiernu vráťte do vrecúška.

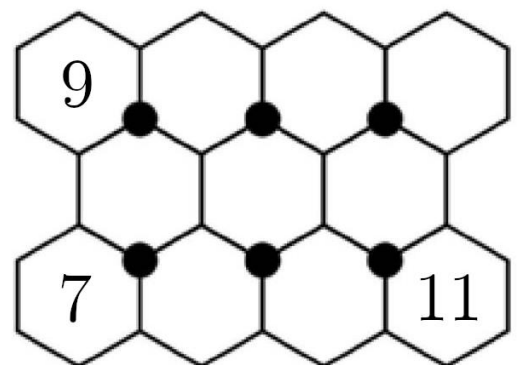
Tento postup opakujte, kým vo vrecúšku zostane jediná guľčika.“

Viete spoľahlivo určiť akej farby bude posledná guľčika? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Keď sa Hanka so Samom dohrali s guľčkami, pokračovali v ceste. Onedlho dorazili na miesto označené na mape: k majestátnemu Spišskému hradu. Pri hradnej bráne objavili v kamennej dlažbe vytesaný obrazec.

2. úloha: Z hradnej kroniky zistili, že ide o vyobrazenie šiestich studní, jedenástich šesťuholníkových nádvorí a ich obsadenia obrancami. Počty obrancov v jednotlivých šesťuholníkoch sú vyjadrené rôznymi číslami od 1 do 11. Tri z nich sú už v obrazci vytesané. Obrancovia sa plánovali rozmiestniť tak, aby každú studňu bránil spolu rovnaký počet obrancov v troch susediacich nádvoríach.

Skúste doplniť chýbajúce čísla tak, aby bolo každé číslo od 1 do 11 použité práve raz a súčet čísel v troch šesťuholníkoch pri každej bodke bol rovnaký. Vysvetlite svoj postup a overte všetkých šesť súčtov.



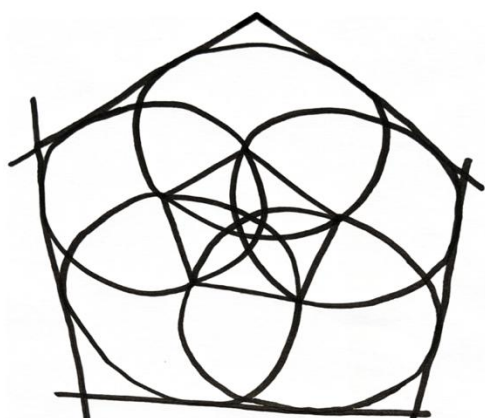
Po úspešnom zvládnutí úlohy sa čiara na mape posunula ďalej. Zaviedla ich do historickej Levoče. Na námestí pred Kostolom sv. Jakuba sedel na lavičke staručký rezbár. V rukách držal dláto a drevenú tabuľku, nad ktorou smutne krútil hlavou. Samo s Hankou k nemu pristúpili a opýtali sa, čo ho trápi. Rozpovedal im povest' o dielni majstra Pavla a o veľkej škatuli, v ktorej sa vraj nachádzalo jedno z jeho diel.

3. úloha: Škatuľu vraj otvorí každá trojica kladných celých čísel x, y, z , ktorá spĺňa uvedenú rovnicu. Čísla v trojici sa môžu opakovať. Trojice, ktoré sa líšia iba poradím čísel, považujeme za rovnaké. Rezbár by rád poznal viac možností:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$$

Nájdite päť rôznych trojíc čísel, ktoré spĺňajú túto rovnicu. Vysvetlite, ako ste ich našli, a každú trojicu overte dosadením do rovnice.

Rezbár im pred odchodom ukázal skratku na sever. Na mape sa objavila nová značka, ktorá ich zaviedla vysoko do Tatier, až k starej hvezdárni.



4. úloha: Nazreli do vnútra a na stole našli načrtnutý pôdorys pozorovacej sály a dráh, po ktorých sa kedysi presúval teleskop. Samo si ornament rýchlo načrtol do zápisníka. Skladá sa z dvoch pravidelných päťuholníkov a piatich kružníc. Každý vnútorný uhol pravidelného päťuholníka má 108° . V každom vrchole menšieho päťuholníka má stred jedna kružnica, ktorá prechádza oboma susednými vrcholmi. Väčší päťuholník obklopuje všetkých päť kružníc. Každá jeho strana sa dotýka dvoch kružníc, ktorých stredy sú susedné vrcholy menšieho päťuholníka. Cestou domov premýšľali, ako ornament presne narysovať.

Pomôžte Samovi a Hanke presne narysovať tento ornament. Napíšte krok za krokom svoj postup a podľa neho potom ornament narysujte. Okrem ceruzky môžete použiť pravítko, kružidlo aj uhlomer. Ste si istí, že váš postup vytvorí ornament s uvedenými vlastnosťami?

Večer si Hanka so Samom narysovali ornament. Išli spať unavení, ale šťastní a s novými spomienkami. Určite sa im snívalo o tom, čo zažijú nabudúce.

Na vaše riešenia sa so Samom a Hankou tešíme aj my, organizátori a opravovatelia korešpondenčného seminára SEZAM. Riešenia (spolu s obálkou veľkosti C5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 2,40 €), posielajte alebo hod'te do schránky najneskôr 9. novembra 2026 na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM



*Ak ste tak neurobili už skôr alebo sa vám zmenili niektoré údaje, elektronickú prihlášku do súťaže nám prosím vyplňte na sezam.sk/prihlaska. Pre hladký beh súťaže si pozorne prečítajte **Pokyny pre riešiteľov** vrátane častí o zápise a odoslani riešení. Ďakujeme.*