

JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
XXI. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky
pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG

S E Z A M K O, Školský rok 2026/2027, 2. zimná séria
Vzorové riešenia

Úloha č. 1 (*opravovala Maťka Gaňová****)***

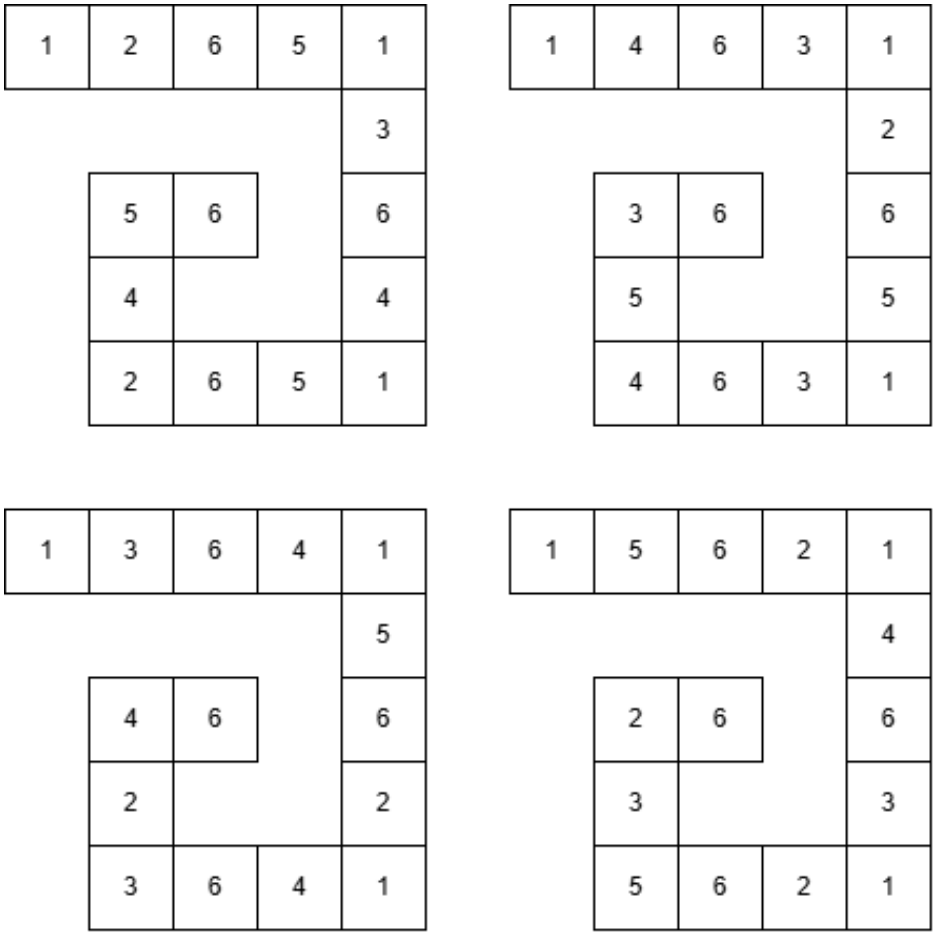
Na vyriešenie úlohy si zoberieme ozajstnú hraciu kocku a vyskúšame si ju prevaľovať po plániku. Jurošík položil kocku na prvé políčko tak, že číslo 1 bolo navrchu. Sú 4 možnosti ako tak vieme kocku položiť, keďže kocka má 4 bočné steny, na ktorých sú čísla 2, 3, 4 a 5. Postupne všetky vyskúšame a zapíšeme si do plániku pre každé políčko, ktoré číslo bolo navrchu.

1	2	6	5	1
				3
	5	6		6
	4			4
	2	6	5	1

1	4	6	3	1
				2
	3	6		6
	5			5
	4	6	3	1

1	3	6	4	1
				5
	4	6		6
	2			2
	3	6	4	1

1	5	6	2	1
				4
	2	6		6
	3			3
	5	6	2	1



Na poslednom políčku bolo na vrchu kocky vždy číslo 6 a na predposlednom políčku jedno z čísel 2, 3, 4 a 5.

Viacero z vás si ešte všimlo, že po 4 prevaleniach kocky do rovnakého smeru sa kocka dostane do rovnakej pozície z akej začínala. Takže v pravom hornom rohu a aj v pravom dolnom rohu plániku bude kocka v rovnakej polohe ako na začiatku. Vykresľovanie plániku si tak vieme zjednodušiť tým, že kocku budeme kotúľať až z pravého dolného rohu.

Úloha č. 2 (*opravovali Hanka Potočná a Zuzka Chovancová****)***

Tento príklad sa dal riešiť viacerými spôsobmi, my si tu uvedieme dva.

Prvý spôsob: Pôjdeme na to od konca. Po tom, čo sa presunie 40% oviec od Maťka ku Kubkovi, má Kubko 2-krát viac oviec ako Maťko. Teda ak má po presune Maťko *x* oviec, tak Kubko má 2*x* oviec a spolu majú 3*x* oviec. Oviec je 36, Maťko má tretinu z nich, a teda Maťko má 12 oviec a Kubko má 24 oviec.

Predtým dal Maťko Kubkovi 40% svojich pôvodných oviec a zostalo mu ich 12. Z pôvodných 100% už má teda iba 60%.

60% Maťkových oviec = 12 oviec

Koľko oviec zodpovedá 100 percentám vieme ľahko dopočítať tak, že najskôr zistíme koľko je 10%. Keďže 10% je šestina zo 60%, tak vydelíme 12 : 6 = 2. Teda 10% z pôvodného počtu Maťkových oviec sú 2 ovce. Preto 100% je desaťkrát viac, čiže 2 · 10 = 20 oviec.

Maťko mal na začiatku 20 oviec.

Druhý spôsob (rovnice): Označíme si počet oviec v Maťkovom stáde ako m a počet oviec v Kubkovom stáde ako k. Potom 40% z Maťkovho stáda vieme zapísať ako 0,4m. A tak si môžeme zapísať zadanie pomocou dvoch rovníc:

$$m + k = 36$$
$$2 \cdot (m - 0{,}4m) = k + 0{,}4m$$

Upravíme druhú rovnicu:

$$2m - 0{,}8m = k + 0{,}4m$$
$$1{,}2m = k + 0{,}4m \qquad / - 0{,}4m$$
$$0{,}8m = k$$

Toto dosadíme do prvej rovnice (m + k = 36):

$$m + 0{,}8m = 36$$
$$1{,}8m = 36 \quad /\div 1{,}8$$
$$m = 20$$

Opäť sme sa dopočítali k tomu, že Maťko mal na začiatku 20 oviec.

Úloha č. 3 (*opravoval Matej Grochal****)***

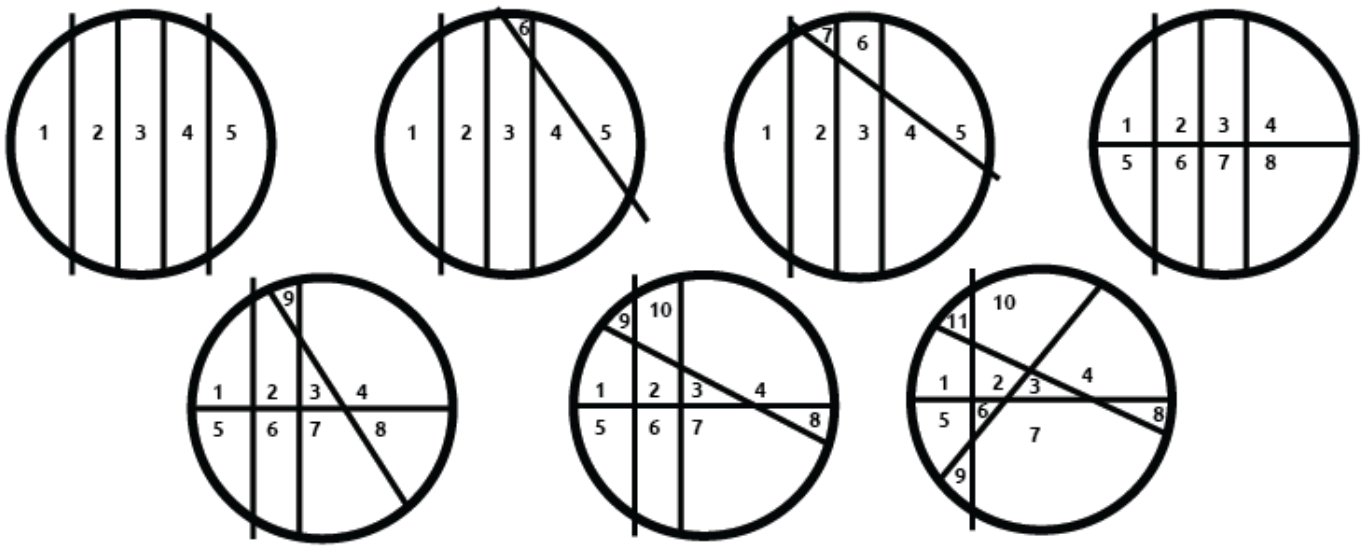
Pri krájaní koláča si môžeme predstaviť, že sa pozeráme na jeho vrchnú stranu, ktorá má tvar kruhu. Prvý rez rozdelí koláč na dva kúsky. Pri druhom reze máme dve možnosti: buď sa s prvým rezom nepretne (napr. keď s ním bude rovnobežný) a vzniknú nám dokopy 3 kúsky, alebo sa s prvým rezom pretne a vzniknú až 4 kúsky.

Tretí rez zas buď nepretne ani jeden z predchádzajúcich, čím pribudne jeden kúsok; alebo pretne práve jeden z predchádzajúcich a pribudnú dva kúsky; alebo pretne oba predchádzajúce rezy. V tom poslednom prípade väčšinou pribudnú až tri kúsky. No môže sa stať, že pribudne iba jeden kúsok – a to vtedy, ak tretí rez prechádza presečníkom prvých dvoch.

Z toho môžeme vypozorovať nasledovné pravidlo: **Ak nový rez nepretína žiadny z predchádzajúcich rezov, pribudne len jeden kúsok. Ak pretína niektoré z nich, pribudne navyše jeden ďalší kúsok za každý preťatý rez** (ak neprechádza nejakým ich spoločným priesečníkom)**.**

Preto najmenej kúskov, ktoré môže Kubko získať, je 5. To dosiahne napríklad vtedy, keď budú všetky rezy navzájom rovnobežné. Najviac kúskov môže vzniknúť vtedy, keď každý nový rez pretne všetky predchádzajúce rezy, pričom sa žiadne tri rezy nepretínajú v jednom bode. V našom prípade tak môže každý rez pretínať najviac 3 ostatné rezy. Teda v takom prípade po prvom reze máme 2 kúsky, druhým rezom pribudnú 2 kúsky, tretím ďalšie 3 kúsky a štvrtým ďalšie 4 kúsky. Výsledkom tak je až 11 kúskov.

Najmenej je teda 5 kúskov, najviac 11. A čo čísla medzitým? Vyzerá, z toho čo sme odpozorovali, že by všetky tiež mohli byť výsledným počtom kúskov. V zadaní sa hovorí, že pre každý možný počet máme nakresliť ako by sme mohli krájať, a tým si našu domnienku aj overíme. Na obrázkoch nižšie si môžete pozrieť príklady, ako môžu jednotlivé počty kúskov vyzerať.



Počet kúskov nakrájaného koláča môže byť 5, 6, 7, 8, 9, 10 alebo 11.

Úloha č. 4 (*opravovali Jakub Dedinský a Iva Jančigová****)***

V riešení budeme nepárne číslice pre jednoduchosť označovať N a párne P.

Vílino číslo má tvar PPPP a taký tvar má mať aj po pripočítaní 2876, 6320 alebo 4584. Postupne si prejdeme tieto čísla a zistíme, aké podmienky musí vílino číslo pri každom z nich spĺňať.

<u>Pripočítavanie čísla 2876:</u>

2876 má tvar PPNP, takže hľadáme prípad, keď PPPP + PPNP = PPPP. Súčet dvoch párnych alebo dvoch nepárnych číslic je párny, súčet párnej a nepárnej číslice je nepárny. Na mieste desiatok preto dostaneme párnu číslicu, iba ak k nej z jednotiek prejde jednotka (prechod cez desiatku). Súčet číslic na mieste jednotiek teda musí byť aspoň 10. 2876 má na mieste jednotiek 6, takže vílino číslo tam musí mať 4, 6 alebo 8.

Pri stovkách a tisíckach naopak prechod cez desiatku nechceme, lebo súčet dvoch párnych číslic je párny a pridaná jednotka by ho zmenila na nepárny. Na mieste desiatok pripočítavame 7 a prenesenú jednotku, teda vlastne 8, a aby súčet ostal pod 10, vílino číslo tam musí mať 0. Na mieste stoviek pripočítavame 8, preto aj tam musí mať 0.

Ani z tisícok nesmie jednotka prejsť ďalej, inak by bol súčet päťciferný a začínal by nepárnou 1-kou. Na mieste tisícok pripočítavame 2, takže vílino číslo tam môže mať 2, 4 alebo 6.

Zhrňme si možnosti pre jednotlivé rády vílinho čísla, ak chceme dodržať podmienku pre 2876:

Tisícky: 2, 4, 6
Stovky: 0
Desiatky: 0
Jednotky: 4, 6, 8

<u>Pripočítavanie čísla 6320:</u>

Číslo 6320 má nepárnu číslicu 3 na mieste stoviek, preto by k nej z desiatok musela prejsť jednotka. Vílino číslo má však na mieste desiatok 0 a z jednotiek nič neprejde (6320 má na mieste jednotiek 0), takže na mieste desiatok vyjde 0 + 2 = 2 bez prechodu. Na mieste stoviek potom vyjde 0 + 3 = 3, čo je nepárna číslica (napríklad 2004 + 6320 = 8324). Podmienky pre 2876 a 6320 sa teda nedajú splniť naraz a číslo 4584 už ani nemusíme skúmať.

Hľadané číslo neexistuje.